

Marko Roczen und Helmut Wolter
unter Mitarbeit von
Wilfred Pohl, Dorin Popescu, Radu Laza

Aufgabensammlung¹

Lineare Algebra individuell

◀ zur Fundstelle

Aufgabe 3/3/032

(S: Varianten)

Lineare Codes, Fehlerkorrektur (3)

Index: Vektorraum, Code, fehlerkorrigierender Code, Gewicht eines Codewortes, Informationsrate eines Codes, lineare Unabhängigkeit

Stoffeinheiten: 3/3/1 - 3/3/4 Lineare Unabhängigkeit

C sei der lineare Code im 8-dimensionalen Standardraum über \mathbb{F}_2 , der als Lösungsmenge von $A \cdot x = 0$ gegeben ist, wobei A die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

bezeichnet.

- (1) Berechnen Sie das minimale Gewicht von C .
- (2) Ist C ein 2-Fehler-korrigierender Code?
- (3) Welche Informationsrate hat C ?

Lösung. Die Spalten der Matrix A sind alle von der Nullspalte verschieden. Über dem Grundkörper \mathbb{F}_2 bedeutet dies, dass ein Paar solcher Spalten genau dann linear abhängig ist, wenn beide übereinstimmen.

Wir bemerken, dass A keine zwei übereinstimmenden Spalten besitzt. Dann ist das minimale Gewicht von C größer 2 (vgl. 3/3/2, Beispiel 10).

Wir bemerken weiter, dass die Spalte 7 Summe der Spalten 8 und 4 von A ist. Es folgt, dass das minimale Gewicht von C gleich 3 ist und daher C ein 1-Fehler-korrigierender Code.

Die Informationsrate von C ist $\frac{1}{2}$.

¹ Ver. 0.51 (Juli 2004), Institut für Mathematik an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät II der Humboldt-Universität zu Berlin, 2004 (Preprint; 2004-17), ISSN 1439-9679

Diese Aufgabensammlung entstand mit teilweiser Förderung durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung unter dem Kennzeichen 01NM075D; die Verantwortung für den Inhalt liegt bei den Autoren.

Ähnliche Aufgaben finden Sie im gleichnamigen Internetprojekt [Lineare Algebra individuell](#); als registrierter Nutzer können Sie dort online Aufgaben erzeugen und Lehrstoff nach eigenem Wunsch zusammenstellen lassen.