

Marko Roczen und Helmut Wolter
unter Mitarbeit von
Wilfred Pohl, Dorin Popescu, Radu Laza

Aufgabensammlung¹

Lineare Algebra individuell

◀ zur Fundstelle

Aufgabe 3/3/180

(S: Varianten)

Existenz der linearen Fortsetzung von Abbildungen

Index: Vektorraum, lineare Fortsetzung, lineare Abbildung

Stoffeinheiten: 3/3/17 - 3/3/21 Dimension

V bezeichnet den reellen Standardvektorraum \mathbb{R}^3 und W den reellen Standardraum \mathbb{R}^2 .

(1) Existiert eine lineare Abbildung $f : V \rightarrow W$ mit der Eigenschaft

$$f(1, -1, 1) = (2, 1)$$

$$f(1, 2, 1) = (-1, 3)$$

$$f(3, 0, 3) = (5, 7) ?$$

(2) Existiert eine lineare Abbildung $f : V \rightarrow W$ mit der Eigenschaft

$$f(0, 1, 0) = (-1, 1)$$

$$f(-1, 0, -1) = (4, 2)$$

$$f(2, 0, -1) = (-2, 2) ?$$

(3) Geben Sie eine Verallgemeinerung Ihres Resultats an!

Lösung zu (1), (2).

(1) Offenbar ist

$$(3, 0, 3) = 2 \cdot (1, -1, 1) + 1 \cdot (1, 2, 1);$$

wäre f linear, so hätten wir

$$f(3, 0, 3) = 2 \cdot f(1, -1, 1) + 1 \cdot f(1, 2, 1) = (3, 5) \neq (5, 7).$$

Folglich kann f nicht linear sein.

(2) $f(x, y, z) = (-2x - y - 2z, y - 2z)$.

¹ Ver. 0.51 (Juli 2004), Institut für Mathematik an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät II der Humboldt-Universität zu Berlin, 2004 (Preprint; 2004-17), ISSN 1439-9679

Diese Aufgabensammlung entstand mit teilweiser Förderung durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung unter dem Kennzeichen 01NM075D; die Verantwortung für den Inhalt liegt bei den Autoren.

Ähnliche Aufgaben finden Sie im gleichnamigen Internetprojekt [Lineare Algebra individuell](#); als registrierter Nutzer können Sie dort online Aufgaben erzeugen und Lehrstoff nach eigenem Wunsch zusammenstellen lassen.