

Marko Roczen und Helmut Wolter  
unter Mitarbeit von  
Wilfred Pohl, Dorin Popescu, Radu Laza

## Aufgabensammlung<sup>1</sup>

### Lineare Algebra individuell

◁ zur Fundstelle

#### Aufgabe 3/5/020

(S: Varianten)

Duale Basen (2)

**Index:** Vektorraum, dualer Vektorraum, Basis eines Vektorraumes, duale Basis

**Stoffeinheiten:** 3/5/1 - 3/5/11 Dualer Vektorraum und kanonische Paarung

Überprüfen Sie, dass die angegebenen Tupel von Vektoren Basen sind und bestimmen Sie die dualen Basen für

- (1)  $((1, 2, 0), (1, 2, 2), (1, 0, 1))$   
im Standardvektorraum  $\mathbb{R}^3$  über  $\mathbb{R}$ , sowie für
- (2)  $((-1, -1), (-1, 1))$   
im Standardvektorraum  $\mathbb{F}_3^2$  über  $\mathbb{F}_3$ .

### Ergebnis.

- (1) Die duale Basis ist durch  $(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w})$  gegeben, wobei

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y - \frac{1}{2}z$$

$$\mathbf{v}(x, y, z) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y + \frac{1}{2}z$$

$$\mathbf{w}(x, y, z) = x - \frac{1}{2}y.$$

- (2) Die duale Basis ist durch  $(\mathbf{u}, \mathbf{v})$  gegeben, wobei

$$\mathbf{u}(x, y) = x + y$$

$$\mathbf{v}(x, y) = x - y.$$

---

<sup>1</sup> Ver. 0.51 (Juli 2004), Institut für Mathematik an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät II der Humboldt-Universität zu Berlin, 2004 (Preprint; 2004-17), ISSN 1439-9679

Diese Aufgabensammlung entstand mit teilweiser Förderung durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung unter dem Kennzeichen 01NM075D; die Verantwortung für den Inhalt liegt bei den Autoren.

Ähnliche Aufgaben finden Sie im gleichnamigen Internetprojekt [Lineare Algebra individuell](#); als registrierter Nutzer können Sie dort online Aufgaben erzeugen und Lehrstoff nach eigenem Wunsch zusammenstellen lassen.