Marko Roczen und Helmut Wolter
unter Mitarbeit von
Wilfred Pohl, Dorin Popescu, Radu Laza

Aufgabensammlung[1]
Lineare Algebra individuell ◁ zur Fundstelle

Aufgabe 4/2/030 (S: Varianten)
Bestimmung von Determinanten (1)

Index: Determinante einer Matrix, multilineare Abbildung

Stoffeinheiten: 4/2/10 - 4/2/18 Rechnen mit Determinanten

Bestimmen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen A, B und C.

(1) $$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

(2) $$B = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

(3) $$C = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

Lösung.

(1) Wir erhalten
$$\det(A) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 0.$$
(Die Spalten 1 und 2 sind proportional.)

(2) Es ist
$$\det(B) = \begin{vmatrix} -2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$
$$= 3 \cdot \begin{vmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

[1] Ver. 0.51 (Juli 2004), Institut für Mathematik an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät II der Humboldt-Universität zu Berlin, 2004 (Preprint; 2004-17), ISSN 1439-9679
Diese Aufgabensammlung entstand mit teilweiser Förderung durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung unter dem Kennzeichen 01NM075D; die Verantwortung für den Inhalt liegt bei den Autoren.
Ähnliche Aufgaben finden Sie im gleichnamigen Internetprojekt Lineare Algebra individuell; als registrierter Nutzer können Sie dort online Aufgaben erzeugen und Lehrstoff nach eigenem Wunsch zusammenstellen lassen.

$$= 3 \cdot \begin{vmatrix} -2 & -3 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= -3 \cdot \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = -6.$$

(3) Die Determinante ergibt sich als

$$\det(C) = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= - \begin{vmatrix} -2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= - \begin{vmatrix} -2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 4 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 4 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= -4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -20.$$