Marko Roczen und Helmut Wolter
unter Mitarbeit von
Wilfred Pohl, Dorin Popescu, Radu Laza

Aufgabensammlung[1]
Lineare Algebra individuell ◁ zur Fundstelle

Aufgabe 4/2/032 (S: Varianten)
Bestimmung von Determinanten (2)

Index: Determinante einer Matrix, multilineare Abbildung

Stoffeinheiten: 4/2/10 - 4/2/18 Rechnen mit Determinanten

Bestimmen Sie die Determinanten der Matrizen

(1) $$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

über $\mathbb{F}_5$ und

(2) $$B = \begin{pmatrix} 0&0&1&1&0 \\ 1&0&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \\ 0&0&0&0&1 \\ 1&1&1&0&1 \end{pmatrix}$$

über dem Körper $\mathbb{F}_2$.

Lösung.

(1) Es ist

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 0 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1.$$

(2) Wir erhalten

$$\det(B) = \begin{vmatrix} 0&0&1&1&0 \\ 1&0&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \\ 0&0&0&0&1 \\ 1&1&1&0&1 \end{vmatrix}$$

---

[1] Ver. 0.51 (Juli 2004), Institut für Mathematik an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät II der Humboldt-Universität zu Berlin, 2004 (Preprint; 2004-17), ISSN 1439-9679
Diese Aufgabensammlung entstand mit teilweiser Förderung durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung unter dem Kennzeichen 01NM075D; die Verantwortung für den Inhalt liegt bei den Autoren.
Ähnliche Aufgaben finden Sie im gleichnamigen Internetprojekt Lineare Algebra individuell; als registrierter Nutzer können Sie dort online Aufgaben erzeugen und Lehrstoff nach eigenem Wunsch zusammenstellen lassen.

$$= \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 1.$$