

Marko Roczen und Helmut Wolter  
unter Mitarbeit von  
Wilfred Pohl, Dorin Popescu, Radu Laza

## Aufgabensammlung<sup>1</sup>

### Lineare Algebra individuell

◁ zur [Fundstelle](#)

#### Aufgabe 4/4/010

(S: Varianten)

Rechnen mit Basen von Tensorprodukten

**Index:** Tensorprodukt, Rechenregeln für Tensoren, Basis eines Tensorprodukts

**Stoffeinheiten:** 4/4/1 - 4/4/8 [Das klassifizierende Objekt bilinearer Abbildungen](#)

$V = \mathbb{R}^2$  und  $W = \mathbb{R}^3$  bezeichnen die reellen Standardräume mit den kanonischen Basen  $\mathcal{B} = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ , bzw.  $\mathcal{B}' = (\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}'_3)$ . Zerlegen Sie die Tensoren  $\mathbf{v} \otimes \mathbf{w} \in V \otimes_{\mathbb{R}} W$  in Vielfachensummen der Basisvektoren aus  $\mathcal{B} \otimes \mathcal{B}'$ , wobei

- (1)  $\mathbf{v} = -2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$ ,  $\mathbf{w} = -3\mathbf{e}'_2 + 3\mathbf{e}'_3$ ,
- (2)  $\mathbf{v} = (3, 1)$ ,  $\mathbf{w} = (0, 1, -3)$ .

#### Ergebnis.

- (1)  $\mathbf{v} \otimes \mathbf{w} = 6\mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}'_2 - 6\mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}'_3 + 3\mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}'_2 - 3\mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}'_3$ .
- (2) Es ist

$$\mathbf{v} = 3\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 \text{ und } \mathbf{w} = \mathbf{e}'_2 - 3\mathbf{e}'_3,$$

wir erhalten folglich

$$\mathbf{v} \otimes \mathbf{w} = 3\mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}'_2 - 9\mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}'_3 + \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}'_2 - 3\mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}'_3.$$

---

<sup>1</sup> Ver. 0.51 (Juli 2004), Institut für Mathematik an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät II der Humboldt-Universität zu Berlin, 2004 (Preprint; 2004-17), ISSN 1439-9679

Diese Aufgabensammlung entstand mit teilweiser Förderung durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung unter dem Kennzeichen 01NM075D; die Verantwortung für den Inhalt liegt bei den Autoren.

Ähnliche Aufgaben finden Sie im gleichnamigen Internetprojekt [Lineare Algebra individuell](#); als registrierter Nutzer können Sie dort online Aufgaben erzeugen und Lehrstoff nach eigenem Wunsch zusammenstellen lassen.