

Marko Roczen und Helmut Wolter  
unter Mitarbeit von  
Wilfred Pohl, Dorin Popescu, Radu Laza

## Aufgabensammlung<sup>1</sup>

### Lineare Algebra individuell

◁ zur Fundstelle

#### Aufgabe 6/2/280

(S: Varianten)

Fläche eines Parallelogramms (1)

**Index:** kanonisch orientierter euklidischer Standardraum, Vektorprodukt, Fläche eines Parallelogramms

**Stoffeinheiten:** 6/2/33 - 6/2/42 Vektorprodukt

$\mathbf{a}, \mathbf{b}$  mit  $\|\mathbf{a}\| = 1$ ,  $\|\mathbf{b}\| = 5$  seien Vektoren in einem 3-dimensionalen euklidischen Raum. Berechnen Sie mit Hilfe des Vektorprodukts die Fläche des Parallelogramms, das durch  $\mathbf{v}_1 = 7\mathbf{a} + 6\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{v}_2 = 2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$  definiert ist, wenn der Winkel zwischen  $\mathbf{a}$  und  $\mathbf{b}$  gleich  $\frac{1}{6}\pi$  ist.

**Lösung.** Wir wählen eine (beliebige) Orientierung auf  $V$ , diese definiert ein Vektorprodukt  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \mapsto \mathbf{x} \times \mathbf{y}$ . Der Flächeninhalt des Parallelogramms, das durch  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$  gebildet wird, ist

$$\begin{aligned}\|\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2\| &= \|(7\mathbf{a} + 6\mathbf{b}) \times (2\mathbf{a} + 3\mathbf{b})\| \\ &= \|14 \cdot \underbrace{\mathbf{a} \times \mathbf{a}}_0 + 21 \cdot \mathbf{a} \times \mathbf{b} + 12 \cdot \underbrace{\mathbf{b} \times \mathbf{a}}_{-\mathbf{a} \times \mathbf{b}} + 18 \cdot \underbrace{\mathbf{b} \times \mathbf{b}}_0\| \\ &= 9 \cdot \|\mathbf{a} \times \mathbf{b}\| = 9 \cdot \|\mathbf{a}\| \cdot \|\mathbf{b}\| \cdot \sin\left(\frac{1}{6}\pi\right) \\ &= 9 \cdot 1 \cdot 5 \cdot \sin\left(\frac{1}{6}\pi\right) = \frac{45}{2}.\end{aligned}$$

---

<sup>1</sup> Ver. 0.51 (Juli 2004), Institut für Mathematik an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät II der Humboldt-Universität zu Berlin, 2004 (Preprint; 2004-17), ISSN 1439-9679

Diese Aufgabensammlung entstand mit teilweiser Förderung durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung unter dem Kennzeichen 01NM075D; die Verantwortung für den Inhalt liegt bei den Autoren.

Ähnliche Aufgaben finden Sie im gleichnamigen Internetprojekt [Lineare Algebra individuell](#); als registrierter Nutzer können Sie dort online Aufgaben erzeugen und Lehrstoff nach eigenem Wunsch zusammenstellen lassen.