

Beiträge zur interaktiven Mathematik- und Informatikgrundausbildung¹

Schlussbericht zum BMBF-Projekt 01NM075D

Förderzeitraum: 1.1.2001 - 31.3.2004

Berichtersteller: Marko Roczen
Institut für Mathematik
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät II
Humboldt-Universität zu Berlin
16.9.2004

I. Kurzfassung

Die Entwicklung und Erprobung von Lehrmaterial im Rahmen der BMBF-Initiative „Neue Medien in der Bildung“ umfasste an der Humboldt-Universität zu Berlin mit den Fächern „Lineare Algebra“ und „Analysis“ den Kernbereich der ersten Semester des Mathematikstudiums und damit wesentliche Inhalte der Grundausbildung fast aller naturwissenschaftlichen Disziplinen, der Lehrerausbildung und der Informatik.

Bereits vorliegendes Material von H. Wolter (vgl. [WD], Lehrbuch) sowie Manuskripte zur linearen Algebra von M. Roczen ([RW]) entstanden in den 90-er Jahren begleitend zu Vorlesungen, die beide Autoren an der Humboldt-Universität – teilweise für denselben Hörerkreis – gehalten haben. Davon ausgehend, wurden im Rahmen des Projekts Übungsaufgaben in der Weise erschlossen, dass Studienanfängern ein effektiver Zugang zu Lösungen bzw. Lösungswegen eröffnet und eine Einordnung der Probleme in den Stoff des Fachgebiets ermöglicht wird. Die Ergebnisse (insbesondere zur linearen Algebra) wurden an der Humboldt-Universität entwickelt und für den Einsatz in Lehrveranstaltungen des Grundstudiums sofort online zur Verfügung gestellt, so dass über einen Zeitraum von mehr als 3 Jahren kontinuierlich eine Erprobung mit ständig erweiterten Inhalten stattfand. Partnern des In2math-Verbunds und weiterer Universitäten stand das Material in den vorläufigen Fassungen für die eigene Arbeit, zur Evaluation und zum Einsatz in Lehrveranstaltungen über das Internet zur Verfügung. Detaillierte Informationen finden sich auf den WWW-Seiten des Projekts unter

<http://www.math.hu-berlin.de/~in2math/>

(dort ist auch die PDF-Fassung dieses Berichts verfügbar).

¹Das diesem Bericht zugrunde liegende Vorhaben wurde mit Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung unter dem o.g. Kennzeichen gefördert. Die Verantwortung für den Inhalt des Berichts liegt beim Autor.

II. Eingehende Darstellung

Das Projekt erbrachte für die Ausbildung im Mathematik- und Informatikgrundstudium eine Aufwertung vorhandenen Lehrmaterials durch Bereitstellung von Online-Inhalten, erhöhte die Akzeptanz des Einsatzes multimedialer Inhalte bei Lehrenden und Studierenden und nahm auch über eigene Veranstaltungen von Projekt-Mitarbeitern hinaus Einfluss auf die Mathematik-Grundausbildung. Auch über die Förderdauer hinaus ist nachhaltiger Nutzen für die inhaltliche und methodische Qualität mathematischer Veranstaltungen zu erwarten.

Nachfolgend wird ein Überblick zu Ergebnissen, Einsatz in der Lehre, Kooperation und Öffentlichkeitsarbeit des Projekts gegeben sowie auf Resultate und deren weitere Nutzung eingegangen. Enthalten sind Erfahrungen, Empfehlungen für die Gestaltung elektronischer Lehrmaterialien und künftige Weiterentwicklung.

II.1 Ergebnisse und Publikationen

Beiträge zur linearen Algebra

Die Aufgabensammlung „Lineare Algebra individuell“ (vgl. [RWPPL]) umfasst eine systematische Gliederung sowie Schwerpunkte zur Gestaltung eines Grundkurses, Aufgaben in einer Vielzahl von Varianten und ein ausführliches Sachverzeichnis. Sie eignet sich für einen Grundkurs der ersten beiden Semester des Hochschulstudiums. Teilweise darüber hinaus gehende Inhalte zur Algebra und Computeralgebra sind gegenwärtig im Grundstudium noch eher die Ausnahme, entsprechen aber den Erfordernissen einer zeitgemäßen Ausbildung auf dem Gebiet - sowohl für den theoretisch arbeitenden Mathematiker als auch für Mathematiklehrer oder Studierende naturwissenschaftlich-technisch orientierter Fachrichtungen. Die Online-Fassung ist unter

<http://www.math.hu-berlin.de/~in2math/aufg/laAufg.pdf>

verfügbar (Version 0.51) und kann von Studierenden oder Lehrenden direkt genutzt werden. Im Hochschulbereich stehen diese ca. 4700 verlinkten Dateien zur Einbindung in eigene Lehrveranstaltungen oder Datenbanken durch Aufruf über das Internet zur Verfügung; die 525 Datensätze mit Metadaten der Aufgabentypen werden unter [WWW] zum Download bereitgehalten. Diese Aufgabensammlung ist das umfangreichste Ergebnis des Projekts, ihre Druckfassung [RWPPL] bildet gleichzeitig den fachlichen Teil des vorliegenden Berichts.

Beiträge zur Analysis

Zum Lehrbuch „Analysis individuell“ [WD] wurden durch H. Wolter Hinweise, Lösungswege bzw. vollständige Lösungen der Aufgaben erarbeitet und als Anhang zum genannten Lehrbuch online publiziert. Ein Zugang zu Teilen des Lehrbuchs, der insbesondere diese Aufgaben und Lösungen umfasst, wird durch den Springer Verlag angeboten (vgl. Server der SIT Slicing Information Technology GmbH, <http://www.slicing-infotech.de/>).

Einzelne Aufgaben zur Analysis, die dort nicht enthalten sind, wurden als Skizze zusammengestellt und sind zur Einsicht unter

<http://www.math.hu-berlin.de/~in2math/aufgAn/anAufg.pdf>

verfügbar. Dabei wird u.a. die Verbindung mit der Grundausbildung zur linearen Algebra aufgezeigt.

II.2 Voraussichtlicher Nutzen und Verwertung

Zunächst wird über die Verwendung der Ergebnisse während der Laufzeit des Projekts berichtet.

Einsatz im Lehrbetrieb an der Humboldt-Universität

Vorläufigen Fassungen wurden im Zeitraum Sommersemester 2001 bis zum Wintersemester 2003/04 in der Grundausbildung Mathematik bzw. Informatik eingesetzt. Die Teilnehmerzahlen der einzelnen Veranstaltungen lagen zwischen 10 (Proseminar) und 210 Studierenden (Vorlesung).

Sommersemester 2001 - Wintersemester 01/02:

Das Online-Material zur linearen Algebra (Ver. 0.2) wird in der Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I“ (Roczen) an der Humboldt - Universität eingesetzt; es erweitert das in früheren Jahren bereitgestellte Angebot zur Grundausbildung und umfasst auch im Projekt entwickelte Übungsaufgaben. Diese Teile der Aufgabensammlung sind zunächst nur im Umfang des aktuellen Stoffs der Vorlesung verfügbar und werden laufend aktualisiert. Bei Klausuren werden Aufgabenfassungen eingesetzt, die allen Studierenden eigene Exemplare und anschließend zugehörige Lösungen bzw. Lösungswege bieten. Die Fortsetzung der Vorlesung erfolgt mit erweiterten Inhalten im Wintersemester. An der Mathematik-Spezialklasse 12 des Instituts für Mathematik an der Andreas-Oberschule werden Aufgaben der neu entstehenden Sammlung „Analysis individuell“ eingesetzt (H. Wolter)

Sommersemester 2002 - Wintersemester 02/03:

Die Vorlesung „Algebra I“ (Roczen) setzt die Ausbildung der beiden vorhergehenden Semester zur linearen Algebra fort. Dabei werden optionale Teile des Online-Lehrmaterials verwendet. Ein Proseminar zur „Lösung polynomialer Gleichungssysteme“ vermittelt einem ausgewählten Hörerkreis Grundkenntnisse zur Bestimmung von Gröbnerbasen mit Computeralgebrasystemen.

In der Vorlesung „Mathematik für Informatiker I“ (Roczen) werden einzelne Aufgaben zu „Analysis individuell“ eingesetzt.

Die Begabtenförderung zur Analysis wird durch H. Wolter fortgeführt; an der Mathematik-Spezialklasse 13 der Andreas-Oberschule werden Materialien zur linearen Algebra verwendet.

Der Einsatz der Projektergebnisse im Lehrbetrieb diente insbesondere

- dem Abgleich von Begriffen und Bezeichnungen in den Kursen zur linearen Algebra und Analysis,
- der Kontrolle der inhaltlichen Schwierigkeit,
- der Prüfung der Akzeptanz von Inhalten und allgemein der Nutzung von Online-Material seitens der Studierenden.

Sommersemester 2003:

Für die Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I“ werden die Online-Fassungen der Aufgaben zur linearen Algebra eingesetzt. Die Studierenden haben vollen Zugang und können sich für einzelne Rechenaufgaben anhand gleichartiger Probleme mit unterschiedlichen Anfangswerten Lösungswege vorführen lassen. Es werden persönliche Klausuraufgaben gestellt. Die Erprobung der Materialien umfasst u.a. (vgl. auch Angaben zum Sommersemester '01) auch

- regelmäßige Vorabinformation zu Übungs- und Klausuraufgaben, die mit zufälligen Anfangswerten trainiert werden können.
- Feinabstimmung der Inhalte von Übung und Vorlesung.

Zu den Ergebnissen gehört insbesondere

- ein verbesserter Umgang der Studierenden mit Standardalgorithmen,
- eine beachtliche Nachfrage nach den Projektergebnissen.

Wintersemester 2003/04:

Am Institut steht ab Semesterbeginn die neue Version 0.41 des Lehrmaterials zur Verfügung. Es erhält nun den Charakter einer Online-Veranstaltung durch Betreuung interessierter Teilnehmer mittels Online-Support.

Im Sommer- und Wintersemester 2003 werden insgesamt 4717 Online-Zugriffe registriert (enthalten ist die Nutzung durch einige auswärtige Universitäten und Mitarbeiter aus dem In2Math-Verbund).

Sommersemester 2004:

Die Vorlesung „Algebra I“ nutzt einzelne Online-Aufgaben aus dem Projekt. In der Lehr-evaluation wird dies seitens der Studierenden als hilfreich eingeschätzt, die Aufgaben selbst finden das Interesse einer überwiegenden Zahl von Teilnehmern.

Kooperation und Öffentlichkeitsarbeit

Die Zusammenarbeit mit anderen Hochschulen umfasste folgende Partner, zu denen insbesondere die Teilnehmer des In2Math-Projektverbunds gehören.

Universität Bukarest, Institutul de Matematica:

Nutzung der Aufgabensammlung zur linearen Algebra in der Algebra-Grundausbildung; hier konnten trotz der sprachlichen Barrieren (das Material liegt bisher nur auf Deutsch vor) den Studierenden einzelne Inhalte zugänglich gemacht werden.

Universität Koblenz, FB Informatik:

Zusammenarbeit erfolgte bei der Publikation der Aufgabensammlung „Analysis individuell“ als Online-Beitrag zum gleichnamigen Lehrbuch. An der Humboldt-Universität entwickelte Inhalte zur linearen Algebra standen u.a. für die Seminargestaltung zur Verfügung.

Universität Paderborn, FB Informatik:

Durch die MuPAD-Arbeitsgruppe wurden aktuelle Versionen des Computeralgebrasystems MuPAD zur Verfügung gestellt; die Nutzung an der HU erfolgte dadurch, dass im Grundkurs eine Einführung unter Berücksichtigung der aktuellen Syntax der MuPAD-Skriptsprache gegeben werden konnte.

Universität des Saarlandes, FB Informatik:

Das Material der Humboldt-Universität zur linearen Algebra stand in der Online-Fassung insbesondere für die Entwicklung neuer Dateiformate zur Verfügung. Die Arbeitsgruppe an der Universität Saarbrücken hat unter Beteiligung der Gruppe in Koblenz eine Teilfassung (Online-Material) zum Lehrbuch „Analysis individuell“ erarbeitet.

Hochschule für Technik und Wirtschaft des Saarlandes:

Austausch zu Fragen der Darstellung von Online-Inhalten auf den Gebieten Stochastik, lineare Algebra, Analysis.

Darüber hinaus wurde in den Versionen 0.4 bzw. 0.41 (Sommersemester '03, Wintersemester '03/'04) ein Testzugang u.a. für Angehörige mathematischer Institute der BTU Cottbus, der Universität-GHS Essen und der Universität Kaiserslautern angeboten.

Als Öffentlichkeitsarbeit des Projekts wurden Inhalte für die Bestenförderung (Mathematik-Spezialklassen am Institut für Mathematik der Humboldt-Universität) eingesetzt. In populärer Form (Tag der Mathematik 2001) sowie auf auswärtigen Kongressen wurde über Ergebnisse berichtet.

Verwertbarkeit der Ergebnisse

Die unter II.1 genannten Resultate stehen – wie dort angegeben – einem breiten Nutzerkreis zur Verfügung; Studierende und Lehrende können sie unmittelbar nutzen.

Von der Aufgabensammlung [RWPPL] ist eine CD-ROM Fassung für [RW] vorgesehen.

Darüber hinaus ist ab Oktober 2004 die schrittweise Aufnahme der Aufgabensammlung [RWPPL] in das Internetprojekt zur Online-Gestaltung mathematischer Inhalte der Grundausbildung geplant, vgl.

<http://www.math.hu-berlin.de/~roczen/teaching4de.html>

Für weitere Inhalte sind vergleichbare Anstrengungen wünschenswert.

II.3 Fortschritte auf dem Gebiet, Empfehlungen

Auch angesichts sich schnell entwickelnder Methoden der Online-Darstellung verwirklicht der im Projekt bearbeitete Beitrag zur linearen Algebra sowohl von Aufbau und behandelten Themen als auch von der Art der Darstellung einen Grundkurs, der unter den bekannten Lehrmaterialien so nicht vorkommt.

Das Fachgebiet befindet sich einer Phase intensiver Entwicklung, die durch theoretische Fortschritte auf den Gebieten der kommutativen Algebra und algebraischen Geometrie sowie (in Wechselwirkung mit den technischen Möglichkeiten) auf dem Gebiet der Computeralgebra bestimmt wird. Fortschritte in der Informatik und den Naturwissenschaften haben in ihren Auswirkungen klassische Inhalte der Grundausbildung zur linearen Algebra und Algebra erreicht.

Damit die Qualität mathematischen Verstehens den Anforderungen gerecht wird, sind für die Studierenden Möglichkeiten schaffen, auf nicht aktiv beherrschte Inhalte in rationaler Weise zuzugreifen – auch lange nach einem Studium, auch wenn diese im Lehrplan

wenig Platz fanden oder zu der Zeit noch gar nicht aktuell waren. Das entspricht der sich gesellschaftlich abzeichnenden Notwendigkeit ständiger Weiterbildung im Verlauf des Arbeitslebens, die bisher eher bei einer Universitätslaufbahn die Regel war. Vertretern anderer Fächer ist ein effektiver Zugang zu bieten, der sie zur Kooperation befähigt.

Ziel muss es damit sein, eine Einführung in das Gebiet zu geben, die den Lernenden nicht von vornherein festlegt, ihn vielmehr motiviert, sich mit den Begriffen in erforderlicher Allgemeinheit auseinander zusetzen. Die Präsentation gut nachvollziehbarer Beispiele ist dabei eine zentrale Aufgabe; sie ist auf verschiedenen Ebenen zu bearbeiten:

- (1) Vermittlung der aktuellen Inhalte des Gebiets,
- (2) Aufzeigen technischer Möglichkeiten zur Lösung der Probleme (erste Schritte der Computeralgebra),
- (3) Nutzung des Computers als Wissensspeicher und als „Lehrer“.

Prinzipiell vorstellbar sind auch negative Wechselwirkungen etwa dadurch, dass Studierende Begriffe ausschließlich durch das Bedienen von Knöpfen erlernen – z.B. eine Determinante als die Ausgabe eines bestimmten Computerbefehls „definieren“. Eine vergleichbare Situation hat es bereits gegeben: Der vor langer Zeit angekündigte „Weltuntergang“ für den Fall der Einführung von Taschenrechnern im Schulunterricht ist nicht eingetreten.

Sicher ist, dass auch durch die aktuelle Entwicklung die Vermittlung des Fachgebiets in Wechselwirkung von (1), (2) und (3) erheblich beeinflusst wird. Es kann nicht sinnvoll sein, die beiden letztgenannten Erfordernisse unabhängig von den Inhalten zu entwickeln. Aufgabenstellungen sind so zu wählen, dass die Lernenden auch bei Nutzung eines Computeralgebrasystems noch eigene Denkarbeit zu leisten haben. Sinkende Akzeptanz für lange, aus heutiger Sicht nur noch stumpfsinnig zu nennende Rechnungen kann in den notwendigen Freiraum für besseres Verstehen der Inhalte umgewandelt werden.

Die Arbeit im Projekt führte zu den folgenden

Empfehlungen

a) Einsatz im Lehrbetrieb

Die Frage, in welchem Umfang Lehrmaterial personalisierbar oder interaktiv sein sollte, kann nur durch die Akzeptanz seitens der Nutzer entschieden werden.

Obwohl die Bereitschaft zur Beteiligung an Umfragen nicht allzu groß ist lässt sich sagen, dass Studierende inhaltliche und technische Perfektion erwarten, die Autoren stärker fordern als bei einem klassischen Lehrbuch. Die Vermittlung anwendungsbereiten Wissens erfordert einen komfortablen Zugang zu umfangreichen Informationen mit ausführlich dargestellten Beispielen.

Ein Höchstmaß an Interaktivität bieten moderne Computeralgebrasysteme, zu deren Nutzung die Studierenden zu befähigen sind.

b) Beziehung zwischen inhaltlichen und technischen Fragen

Die Gestaltung von Lehrstoff mit den neuen Medien sollte sich nicht auf die Abschrift eines Lehrbuchs beschränken, das in „atomare“ Einheiten zerlegt wird. Stoffeinheiten sollten

nicht so kurz sein, dass sie für sich kaum einen erkennbaren Sinn ergeben, behandelte Beispiele sollten motivierend wirken. Eine Einheit aus Beweis, Satz, Erläuterung und Beispielen kann – soweit variabel gestaltet – dieser Anforderung gerecht werden.

Die klassische Unterscheidung zwischen Definitionen und Sätzen ist oft nicht vorteilhaft; durch Angabe einer Reihe äquivalenter Bedingungen, die einen neuen Begriff beschreiben, wird auch der Zugang zum Material anderer Autoren erleichtert.

Vorteilhaft ist die Möglichkeit, mathematischen Stoff mehr oder weniger ausführlich und unter einschränkenden Voraussetzungen auch mit einfacheren Beweisen wiederzugeben.

Für eine langfristige Nutzung erarbeiteten Materials sollten zukunftsfähige Dateiformate verwendet werden. Bei einer künftigen SGML / XML - Codierung kommt ein Schema in Frage, das den unter [WWW] (vgl. „Resultate“) angegebenen Beispiel-Stoffeinheiten gerecht wird.

Mathematische Symbole der klassischen Dateiformate sind nicht zur direkten Weiterverarbeitung in einem Computeralgebrasystem geeignet. Als Erfolg versprechende Alternative bietet sich der in Entwicklung befindliche OpenMath-Standard an.

Die (notwendige) Trennung von Inhalt und Form erlangt gerade auf dem Gebiet der Algebra eine besondere Bedeutung. Eine weit verbreitete Bezeichnungsvielfalt kann Leser zu einseitiger Sicht des Gebiets verführen. Noch schlimmer wird dies beim Zusammenspiel unterschiedlicher Disziplinen; besonders abschreckend sind inkompatible Definitionen desselben Begriffs. Hier gibt es formale und inhaltliche Probleme, für die m.W. noch keine allgemeine Lösung vorliegt; es folgen jedoch einige Anregungen:

Komfortable Techniken von Stiltransformationen sollten eine angepasste Ausgabe mathematischer Symbole erlauben, die den Präferenzen unterschiedlicher Autoren gerecht wird.

Eine Weiterentwicklung sollte auch abstraktere Begriffe wie die Darstellung von Diagrammen sowie deren Transformation in die L^AT_EX-Varianten berücksichtigen.

Soweit in der Standardliteratur Begriffe mit wesentlich verschiedenen Inhalten vorkommen, sind parallele Notationen zu entwickeln.

Leicht anwendbare Autorenwerkzeuge dürften für eine breite Etablierung der neuen Dateiformate vorteilhaft sein.

II.4. Veröffentlichungen

- (1) Die Veröffentlichung von Resultaten zur Analysis erfolgte als Online-Beitrag zu „Analysis individuell“, vgl. [WD].
- (2) Die Resultate zur linearen Algebra sind als Preprint „Lineare Algebra individuell, Aufgabensammlung“ erschienen, vgl. [RWPPL].

Eine Publikation der Online-Fassung von [RWPPL] ist als CD-ROM Beitrag zu [RW] beabsichtigt.

III. Projektabschluss

Die Ziele des Projekts sind sinngemäß erreicht. Resultate gehen insbesondere in die künftige Lehrtätigkeit an der Humboldt-Universität ein.

Ein interner Erfolgskontrollbericht liegt vor, er ist in dieser zur Publikation bestimmten Fassung nicht enthalten.

Literatur

- [RWPPL] Roczen, M., Wolter, H. unter Mitarbeit von W. Pohl, D. Popescu, R. Laza, *Lineare Algebra individuell, Aufgabensammlung*
Preprint Nr. 2004-17 (Teil 1-3), Institut für Mathematik an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät II der Humboldt-Universität zu Berlin, 2004, 305 S. (ISSN 1439-9679)
<http://www.math.hu-berlin.de/~in2math/aufg/laAufg.pdf> . 2, 5, 7, 8
- [RW] Roczen, M., Wolter, H., *Lineare Algebra individuell*
(eingereicht, [RWPPL] ist als CD-ROM Beitrag vorgesehen). 1, 5, 7
- [WD] Wolter, H., Dahn, B.I., *Analysis individuell*. Springer, Berlin [u.a.] 2000,
<http://www.slicing-infotech.de/> 1, 2, 7
- [WWW] Roczen, M., *Web-Seiten der In2math-Arbeitsgruppe an der Humboldt-Universität zu Berlin*
<http://www.math.hu-berlin.de/~in2math/> 2, 7