## Qualitätskontrolle

Ein Produzent liefert einen (großen) Posten von $M$ Geräten und erklärt, daß davon höchstens $R$ Teile defekt seien, also höchstens der Anteil $\frac{R}{M}$. Wenn $R_0$ die wahre Anzahl an defekten Geräten ist, so behauptet der Hersteller also $R_0 \leq R$.
Um diese Behauptung zu prüfen, entnimmt man auf gut Glück eine (ungeordnete) Stichprobe vom Umfang $m$ ohne Wiederholung und zählt die Anzahl der defekten Geräte in der Stichprobe. Der Prüfplan sieht vor, die Lieferung zurückzuweisen, wenn mehr als $K$ Teile der Stichprobe defekt sind. Dabei geht man von der Vorstellung aus, daß der Anteil der defekten Teile in der Stichprobe ein Maß für den entsprechenden Anteil in dem ganzen Posten ist.
Mit $(p_k(R_0), k = 0, 1, \ldots, m)$ werde die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Anzahl der Ausschußteile in der Stichprobe bezeichnet, wenn in dem Posten $R_0$ defekte Geräte sind.
Offenbar gilt

$$p_k(R_0) = h(M, R_0, m; k) = \frac{\binom{R_0}{k}\binom{M-R_0}{m-k}}{\binom{M}{m}}, k = 0, 1, 2, \ldots, m.$$

(Modalwert: $[\frac{(R_0+1)(m+1)}{M+2}] \approx$ Stichprobenumfang $m\times$ Anteil der defekten Teile $\frac{R_0}{M}$ in der Stichprobe.)

Ist der Anteil in der Stichprobe also sehr hoch, d.h. weit größer als der Modalwert, so kann das zwar auch passieren, wenn der Produzent Recht hat, deutet aber eher darauf hin, daß der wahre Anteil defekter Teile im Lieferposten höher als behauptet ist. Deshalb erfolgt in diesem Fall Ablehnung der Lieferung, sonst Annahme. Bei diesem Prüfplan begeht der Abnehmer eventuell den Fehler, daß er eine Lieferung ablehnt, obwohl sie der Behauptung des Produzenten entspricht. (Das nennt man Fehler erster Art.) Dies geschieht mit der Wahrscheinlichkeit

$$r_K(R_0) := \sum_{K+1}^{m} p_k(R_0).$$

Die beiden Parteien vereinbaren, $K$ mindestens so groß zu wählen, daß diese Wahrscheinlichkeit $\leq 0,05$ wird, aber nicht größer als unbedingt notwendig. Man setzt deshalb

$$K := \min\{k : \sum_{k+1}^{m} p_k(R) \leq 0,05\}$$

(Das wahre $R_0$ ist unbekannt. Die Wahrscheinlichkeiten $r_K(R_o)$ sind jedoch monoton wachsend in $R_0$, mit dieser Vereinbarung ist also $\sum_{K+1}^{m} p_k(R_0)$ ebenfalls $\leq 0,05$, sofern der Produzent recht hat.)

Zahlenbeispiel: $M = 1000, m = 20, R = 50$

Bemerkung: Der Produzent kann auch einen Fehler zweiter Art begehen, nämlich die Lieferung anzunehmen, obwohl die Zusage des Produzenten nicht stimmt. Ist also das tatsächliche $R_0$ größer als $R$, so ist die Wahrscheinlichkeit des Fehlers zweiter Art gleich $\sum_{k=0}^{K} h(M, R_0, m; k)$. Diese Fehlerwahrscheinlichkeit kann beträchtlich sein und ist in dem hier betrachteten Rahmen nicht beeinflußbar.
Man bekommt sie unter Kontrolle z.B. durch Erhöhung des Stichprobenumfanges $m$ oder durch sogenannte sequentielle Stichprobenverfahren.