Wollen zeigen: Ist für die Gruppenwirkung $\tau : G \times X \to X$ eine stetige Abbildung, so ist der Homomorphismus $G \to \text{Homöo}(X)$ stetig bzgl. der Kompakt-Offen-Topologie auf $\text{Homöo}(X)$. D.h. für jede kompakte Menge $K \subset X$ und offene Menge $U \subset X$ ist $\{g \in G \mid g \cdot K \subset U\} \subset G$ offen.

Sei $g \in G$ mit $g \cdot K \subset U$ gegeben. Sei $x \in K$ dann gibt es offene Umgebungen von g bzw. x, $V_x \subset G$ und $W_x \in X$, mit $V_x \cdot W_x \subset U$, da U offen und τ stetig. Dann ist aber $K \subset \cup_{x \in K} W_x$ und da K kompakt ist, gibt es $x_1, ..., x_N$, so dass $K \subset \cup_k W_{x_k}$. Setze $V := \cap_k V_{x_k}$. Sei $h \in V$ und $x \in K$. Dann ist $x \in W_{x_k}$ für ein $k = 1, ..., N$. Da $h \in V \subset V_{x_k}$ ist dann aber $hx \in V_{x_k} \cdot W_{x_k} \subset U$. Also ist insbesondere $V \cdot K \subset U$ und $V \subset \{g \in G \mid g \cdot K \subset U\}$. V ist ein endlicher Durchschnitt offener Umgebungen von g, also selbst eine offene Umgebung von g. Damit ist gezeigt, dass jeder Punkt von $\{g \in G \mid g \cdot K \subset U\}$ ein innerer Punkt und damit diese menge offen ist.