Klaus Mohnke
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 306

# Übungsblatt 10

## Topologie Sommer 2007

### Abgabe 5.7.2007

**Aufgabe 36**

(o) Berechne die Fundamentalgruppe von $S^n$ für $n \geq 2$ mithilfe des Theorems von Seifert und van Kampen.

(i) Seien $M_1^n, M_2^n$ zusammenhängende Mannigfaltigkeiten der Dimension $n$. Beweise für die zusammenhängende Summe

$$\pi_1(M_1^n \sharp M_2^n) \simeq \pi(M_1^n) * \pi(M_2^n) \quad \text{falls } n > 2$$

Zeige, dass die Formel nicht für Flächen gilt.

(ii) Sei $X$ ein topologischer Raum, $C(X) = X \times I / X \times \{0\}$ der Kegel über $X$ und $\Sigma(X) = C(X) / X \times \{1\}$ die Einhängung (Suspension) von $X$. Berechne $\pi_1\big(C(X)\big)$ und $\pi_1\big(\Sigma(X)\big)$.

(iii) Berechne die Fundamentalgruppe der reell projektiven Räume $\mathbb{RP}^n$.

**Aufgabe 37**

Sei $p : \tilde{X} \to X$ eine Überlagerung, $f : Y \to X$ stetig. Seien $\tilde{f}_1, \tilde{f}_2 : Y \to \tilde{X}$ Hebungen von $f$. Sei $Y$ zusammenhängend (aber nicht notwendig wegzusammenhängend bzw. lokal wegzusammenhängend). Sei $\tilde{f}_1(y_0) = \tilde{f}_2(y_0)$. Dann ist $\tilde{f}_1 = \tilde{f}_2$. Hinweis: Zeige, dass $\{y \mid \tilde{f}_1(y) = \tilde{f}_2(y)\} \subset Y$ offen und abgeschlossen ist.

**Aufgabe 38**

(i) Wie sehen Überlagerungen von $S^1 \vee S^1$ aus (was sind das für geometrische Objekte)?

(ii) Finde normale und nicht normale Überlagerungen.

(iii) Beschreibe die Universalüberlagerung. Beschreibe die Wirkung von $F_2$ darauf.

(iv) Gib andere nichtkompakte Beispiele an.

(v) Realisiere $F_3$ als Untergruppe von $F_2$.