Prüfungsrelevante Begriffe, Sätze und Aufgaben: Analysis II*

Begriffe

- Metrische Räume und normierte Vektorräume. Vergleich von Metriken. Konvergenz von Folgen. Vollständigkeit. Offene und abgeschlossene Mengen und Rand. Konvergenz und Stetigkeit von Abbildungen. Kompaktheit. Zusammenhängende und einfach zusammenhängende Mengen.
- Lineare und multilineare stetige Abbildungen und deren Norm. Differenzierbarkeit (reell und/oder komplex), Ableitung, partielle Ableitung, Jacobi-Matrix, Gradient. Untermannigfaltigkeiten und deren Tangentialräume.
- Höhere Ableitungen. Taylor-Polynome. Lokale Extrema (mit und ohne Nebenbedingungen).
- Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen in Normalform und die zugehörige Anfangswertaufgabe. Maximale Lösung. Blow-up und Urknall. Gleichungen mit getrennten Variablen. Lineare homogene bzw. inhomogene Systeme.

Sätze

- Höldersche und Minkowskische Ungleichungen. Konvergenz ist komponentenweise Konvergenz. Satz von Bolzano-Weierstraß. Banachscher Fixpunktsatz. Satz über die Dualität von Offenheit und Abgeschlossenheit. Satz über iterierte Grenzwerte. Satz von Weierstraß (über stetige Funktionen auf kompakten Mengen).
- Produktregel. Kettenregel. Satz über Gradient und Niveau-Menge. Mittelwertsatz. Satz über implizite Funktionen. Satz über den lokalen Diffeomorphismus. Satz über drei Möglichkeiten, Untermannigfaltigkeiten und deren Tangentialräume anzugeben.
- Satz von Schwarz. Satz von Taylor. Notwendige und hinreichende Kriterien für lokale Extrema.
- Eindeutigkeitssatz, lokaler Existenzsatz und globaler Existenzsatz für Anfangswertprobeme. Satz über die glatte Abhängigkeit der Lösung von den Daten. Satz über Blow-up und Urknall. Lemma von Gronwall. Satz über ein Fundamentalsystem von Lösungnen linearer homogene autonome Systeme. Formel der Variation der Konstanten.

Aufgaben

- Berechnung von Grenzwerten von Vektor- und Funktionenfolgen und von Abbildungen bzgl. verschiedener Metriken bzw. Normen.
- Berechnung von Ableitungen, Tangenten und Tangentialebenen. Implizites Differenzieren. Berechnung von Potentialen von Gradientenfeldern.
- Berechnung von höheren Ableitungen und Taylor-Polynomen.
- Bestimmung lokaler Extrema (mit und ohne Nebenbedingungen).
- Berechnung maximaler Lösungen von Anfangswertproblemen für Gleichungen mit getrennten Variablen.