Übungsaufgaben Analysis II*

Letzte Serie: Differentialgleichungen mit getrennten Variablen
Abgabetermin: 6.7.

1. Aufgabe (6 Punkte) Berechnen Sie die maximalen Lösung, insbesondere auch deren Definitionsbereich, des Anfangswertproblems

$$x' = \frac{tx(x-2)}{t^2-1}, \ x(0) = 1.$$

2. Aufgabe (7 Punkte) Zeigen Sie, dass die maximalen Lösung des Anfangswertproblems

$$x' = \frac{t}{x^2+1}, \ \ x(0) = 0$$

auf ganz $\mathbb{R}$ definiert ist, und berechnen Sie den Funktionswert der maximalen Lösung in $t = \frac{2}{3}\sqrt{6}$.

3. Aufgabe (7 Punkte) Es sei $\alpha > 1$. Zeigen Sie. dass das rechte Intervallende des Definitionsbereichs der maximalen Lösung des Anfangswertproblems

$$x' = x^\alpha, \ \ x(0) = 1 \tag{1}$$

endlich ist und gegen Unendlich strebt für $\alpha \downarrow 1$. Zeigen Sie ferner, dass für jedes fixierte $t > 0$ der Wert $x(t)$ der maximalen Lösung von (1) gegen e^t strebt für $\alpha \downarrow 1$.

***Aufgabe (10 Punkte)** Berechnen Sie die Definitionsbereiche der maximalen Lösungen der Anfangswertprobleme

(a) $x' = \dfrac{1}{x \ln x}, \ \ x(0) = \dfrac{1}{2},$

(b) $x' = \sin x, \ \ x(0) = \dfrac{1}{2}.$