

Übungsaufgaben zum Beifach Mathematik: Analysis II

Serie 1: Wiederholung: Konvergenz von Funktionen einer Veränderlichen.
Abgabetermin: 28.4.

1. Aufgabe Überprüfen Sie, ob die folgenden Grenzwerte existieren und berechnen Sie diese gegebenenfalls:

$$(a) \quad \lim_{x \uparrow 0} \frac{1 - 2^{1/x}}{1 + 2^{1/x}} \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$(b) \quad \lim_{x \downarrow 0} \frac{1 - 2^{1/x}}{1 + 2^{1/x}} \quad (2 \text{ Punkte})$$

$$(c) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{3x} \quad (2 \text{ Punkte})$$

$$(d) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\ln x)^{1/x} \quad (3 \text{ Punkte})$$

$$(e) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (2^x + 3^x)^{1/x} \quad (3 \text{ Punkte})$$

$$(f) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x}\right) \quad (3 \text{ Punkte})$$

$$(g) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x}\right) \quad (3 \text{ Punkte})$$

$$(h) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^x - 2^x}{x - 2} \quad (3 \text{ Punkte})$$

***-Aufgabe (10 Punkte)** Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine konvexe Funktion, d.h.

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y) \text{ für alle } x < y \text{ und } 0 < \lambda < 1.$$

Zeigen Sie, dass dann gilt

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0) \text{ für alle } x_0 \in \mathbb{R}.$$