Übungsaufgaben zum Beifach Mathematik: Analysis II

Serie 10: Flächenintegrale, Abgabetermin: 7.7.

1. Aufgabe (10 Punkte) Berechnen Sie die Trägheitsmomente der Halbsphäre

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; x^2 + y^2 + z^2 = r^2, \; z \geq 0\}$$

bzgl. der y- und der z-Achse, d.h. die nichtorientierten Flächenintegrale

$$\int_F (x^2 + z^2)\, dF \text{ und } \int_F (x^2 + y^2) dF.$$

2. Aufgabe (10 Punkte) Berechnen Sie die orientierten Flächenintegrale $\int_F v \cdot dF$ (wobei die Flächenstücke F durch die angegebenen Einheitsnormalenfelder n orientiert sind) mit:

(a) $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4\}$,
$v(x, y, z) = (x^2, y^2, z^2)$,
$n =$ Einheitsnormalenfeld zur Sphäre F, das zum Nullpunkt zeigt,

(b) $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; z = x^2 + y^2, \; x^2 + y^2 \leq 2\}$,
$v(x, y, z) = (0, y, 0)$,
$n =$ Einheitsormalenfeld des Paraboloids F, das von der z-Achse wegzeigt.