Übungsaufgaben zum Beifach Mathematik: Analysis II

Serie 3: Ableitungen und Tangenten, Abgabetermin: 19.5.

1. Aufgabe (3 Punkte) Berechnen Sie die Ableitung der Abbildung $f : (0, \infty)^2 \to \mathbb{R}^3$,

$$f(x, y) = \left(xy, \frac{x}{y}, x^y \right)$$

in den Punkten $(1, 1)$, $(1, 2)$ und $(2, 2)$.

2. Aufgabe (5 Punkte) Wieviele verschiedene differenzierbare Abbildungen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit den Eigenschaften

$$\partial_x f(x, y) = \partial_y f(x, y) = 1 \text{ für alle } x, y \in \mathbb{R}$$

und

$$f(0, 0) = 0$$

existieren?

3. Aufgabe (6 Punkte) Bestimmen Sie die Schnittpunkte der drei Koordinatenebenen mit der Tangente an die Schraubenkurve

$$y_1 = \cos x, y_2 = \sin x, y_3 = x, \quad x > 0$$

im Punkt $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, \pi/4)$.

4. Aufgabe (6 Punkte) Geben Sie die Anstiege der Tangenten an die Archimedische Spirale

$$y_1 = x \cos x, y_2 = x \sin x, \quad x > 0$$

in den Schnittpunkten dieser Spirale mit dem Strahl $y_1 = y_2 > 0$ an. Zeigen Sie, dass diese Anstiege immer größer werden, je größer der Abstand des entsprechenden Schnittpunktes vom Koordinatenursprung wird, und dass die Anstiege konvergieren (gegen welchen Grenzwert?), wenn der Abstand gegen Unendlich strebt.