Übungsaufgaben zum Beifach Mathematik: Analysis II

Serie 5: Höhere Ableitungen und Taylor-Formel, Abgabetermin: 2.6.

1. Aufgabe (14 Punkte) Es sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y, z) := e^x \sin y \cos z.$$

(i) Berechnen Sie das Taylor-Polynom zweiten Grades von f im Punkt $(0, 0, 0)$.

(ii) Es sei P_2 sei das Taylor-Polynom zweiten Grades von f im Punkt $(0, 0, 0)$. Geben Sie ein (möglichst großes) $r > 0$ an mit der Eigenschaft, dass

$$|f(x, y, z) - P_2(x, y, z)| \leq 10^{-5} \text{ für alle } (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ mit } x^2 + y^2 + z^2 \leq r^2.$$

2. Aufgabe (6 Punkte) Bestimmen Sie das Taylor-Polynom dritten Grades der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y) := \sqrt{x^2 + y^2},$$

im Punkt $(1, 0)$.