

Übungsaufgaben zum Beifach Mathematik: Analysis II

Serie 8: Mehrdimensionale Integrale, Abgabetermin: 23.6.

1. Aufgabe (12 Punkte) Berechnen Sie $\int_X f(x) dx$ mit:

(a) $X = \{x \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq x_2 \leq 1\}$, $f(x) = \frac{\sin x_2}{x_2}$,

(b) $X = \{x \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1 - x_1, 0 \leq x_3 \leq 1 - x_1 - x_2\}$,
 $f(x) = (1 + x_1 + x_2 + x_3)^{-3}$,

(c) $X = \{x \in \mathbb{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 2x_1\}$, $f(x) = x_1^2 + x_2^2$,

(d) $X = \left\{x \in \mathbb{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq x_3 \leq \sqrt[4]{x_1^2 + x_2^2}\right\}$, $f(x) = (x_1^2 + x_2^2)x_3$.

2. Aufgabe (8 Punkte) Berechnen Sie die Volumina der folgenden Mengen:

(a) $\left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x, y, z \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1, x + y + z \leq \sqrt{2}\right\}$,

(b) $\left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1, 0 \leq z \leq x^2 + y^2\right\}$.