



PS Differentialgeometrie von Kurven und Flächen

Seminarplan

Vortrag 1: Parametrisierte Kurven und ihre Krümmung

Themen: Dieser Vortrag soll in die Kurventheorie einführen. Der Begriff der parametrisierte Kurven inkl. Umparametrisierungen und Bogenlänge sollte kurz besprochen werden. Anschließend sollen die Krümmungsbegriffe für ebene Kurven und Raumkurven diskutiert werden (Krümmung ebener Kurven, Krümmung und Torsion von Raumkurven, Frenet-Gleichungen).

Literatur: [B] 2.1, 2.2.1-2.2.4, 2.3.1-2.3.9; [K] 2A, 2B

Vortrag 2: Totalkrümmung ebener Kurven

Themen: Dieser Vortrag soll die Beziehung zwischen der Totalkrümmung (Integral über die Krümmung) einer Kurve und ihren topologischen Eigenschaften aufzeigen (geschlossene Kurven, Umlaufzahl, isoperimetrische Ungleichung).

Literatur: [B]2.2, [K] 2F

Vortrag 3: Totalkrümmung von Raumkurven

Themen: Dieser Vortrag soll die Kenntnisse über die Bedeutung der Totalkrümmung auf Raumkurven erweitern. Hierzu gehören: Satz von Fenchel, verknotete Kurven, Satz von Fary/Milnor, ggf. Beziehung von Totalwinkel und Totalkrümmung

Literatur: [B] 2.3 (*Darstellung vermutlich zu kompliziert für Vortrag im PS*), [K] 2F,

Vortrag 4: Flächen und ihre Fundamentalform

Themen: Dieser Vortrag soll in die grundlegenden Objekte der Geometrie von Flächen einführen. Dazu gehören der Begriff der Fläche und ihrer Tangential- und Normalenräume (Ausführlichkeit je nach Vorkenntnissen der TN), die erste Fundamentalform sowie die durch sie bestimmten grundlegenden geometrischen Daten (Länge, Fläche, Winkel). Einführung von Gauß-Abbildung und zweiter Fundamentalform.

Literatur: [B] 3.1-3.3, 3.5, 3.7 [EJ] 3.1-3.3, 4.1-4.2

Vortrag 5: Krümmung von Flächen

Themen: Dieser Vortrag soll mit den verschiedenen Krümmungsbegriffen auf Flächen bekannt machen (Normalenkrümmung, Hauptkrümmungen (über Normalenkrümmung und zweite Fundamentalform), Gauß-Krümmung, mittlere Krümmung) sowie ihre Beziehungen zur lokalen Geometrie der Fläche aufzeigen.

Literatur: [B] 3.6, [EJ] 4.3, 4.5, 4.6, [K] 3B

Vortrag 6: Eine Beispielklasse von Flächen

Themen: Es sollen wahlweise Regel- oder Rotationsflächen vorgestellt werden. Es sollen die besonderen Krümmungseigenschaften dieser Klasse besprochen werden (Allgemein und an konkreten Beispielen).

Literatur: [B] 3.8.1 bzw. 3.8.3, [K] 3C, [W] 6.1-6.3

Vortrag 7: Minimalflächen I

Themen: Einführung in das Thema Minimalflächen: Motivation, Definition, Variation der Fläche (Sind Minimalflächen tatsächlich immer minimal?).

Literatur: [B] 3.8.2, [EJ] 8.1-8.3

Vortrag 8: Minimalflächen II

Themen: Isotherme Koordinaten, Beschreibung von Minimalflächen durch harmonische Funktionen und holomorphe Funktionen (Weierstraß-Darstellung)

Literatur: [EJ] 8.4-8.6, [K] 3D

Vortrag 9: Geometrieerhaltende Abbildungen

Themen: Längen, winkel- und flächentreue Abbildungen, konforme Abbildungen und Isometrien, Verhältnis dieser Begriffe zueinander, Beschreibung durch erste Fundamentalform. Begriff der inneren Geometrie.

Literatur: [B] 4.1, [W] 7.1-7.3

Vortrag 10: Vektorfelder und kovariante Ableitung

Themen: Vektorfelder, Kommutator, kovariante Ableitung, Christoffel-Symbole und ihre Berechnung.

Literatur: [B] 4.2, [K] 4A

Vortrag 11: Das „Theorema Egregium“

Themen: Zweite kovariante Ableitung, Krümmungstensor, Theorema Egregium

Literatur: [B] 4.3, [K] 4C

Vortrag 12: Euler-Charakteristik

Themen: Polyeder und ihre Euler-Charakteristik, Triangulierung von Flächen, Euler-Charakteristik von Flächen

Literatur: [B] 6.1,6.2

Vortrag 13: Der Satz von Gauß-Bonnet

Themen: Formulierung und Beweis des Satzes. (Die genaue Aufteilung zwischen Vorträge 12 und 13 kann bei Bedarf nach Absprache unter den Vortragenden geändert werden)

Literatur: [EJ] 12.4-12.7, [DC] 4.5; andere Zugänge auch in [B] 6.3 und [K] 4F

Literatur

[B] C. Bär, Elementare Differentialgeometrie, de Gruyter Lehrbuch 2001

[DC] M. DoCarmo, Differentialgeometrie von Kurven und Flächen, Vieweg 1983 (und neuere Auflagen)

[EJ] J.-H. Eschenburg und J. Jost, Differentialgeometrie und Minimalflächen, Springer

[K] W. Kühnel: Differentialgeometrie. Kurven - Flächen - Mannigfaltigkeiten, Vieweg 1999 (und neuer Auflagen)

[W] V. Wunsch: Differentialgeometrie von Kurven und Flächen, Teubner 1997 od. Wissenschaftsverlag Thüringen 2012