

Prof. Dr. Elmar Große-Klönne

Institut für Mathematik

**Algebra und Funktionentheorie**  
Übungsaufgaben, Blatt 13

AUFGABE 1: Seien  $n \in \mathbb{N}$ , ferner  $c > 0$ ,  $r > 0$  und  $f$  eine ganze Funktion mit  $|f(z)| \leq c|z|^n$  für alle  $z \in \mathbb{C}$  mit  $|z| \geq r$ . Dann ist  $f$  ein Polynom vom Grad  $\leq n$ .

AUFGABE 2: Berechnen Sie (möglichst direkt)  $\int_{|z-1|=1} \frac{1}{z^2-1} dz$ .

AUFGABE 3: Sei  $f$  eine ganze nichtkonstante Funktion. Zeigen Sie, dass  $f(\mathbb{C})$  dicht in  $\mathbb{C}$  liegt.

AUFGABE 4: Berechnen Sie  $\int_{|z|=2} \frac{\sin(z)}{(z-1)^2(z-3)} dz$ .

AUFGABE 5: Berechnen Sie  $\int_{|z|=4} \frac{\sin(z)}{(z-1)^2(z-3)} dz$ . (Hinweis: Schreiben Sie  $\frac{1}{(z-1)^2(z-3)} = \frac{az+b}{(z-1)^2} + \frac{c}{z-3}$  mit  $a, b, c \in \mathbb{C}$ .)