Prof. Dr. Elmar Grosse-Klönne
Institut für Mathematik
http://www.math.hu-berlin.de/Math-Net/members/grosse-kloennee.rdf.html

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I*
Übungsaufgaben, Blatt 1

AUFGABE 1: Es seien A, B, C Teilmengen einer Menge X. Zeigen Sie:
(i) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$,
(ii) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$,
(iii) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$,
(iv) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$.

AUFGABE 2: Es sei $f : M \to N$ eine Abbildung zwischen zwei Mengen. Zeigen Sie:
(i) Genau dann ist f injektiv, falls eine Abbildung $g : N \to M$ existiert mit $g \circ f = \mathrm{id}_M$.
(ii) Genau dann ist f surjektiv, falls eine Abbildung $e : N \to M$ existiert mit $f \circ e = \mathrm{id}_N$.
(iii) Zeigen Sie: es gibt eine Menge Y, eine surjektive Abbildung $a : M \to Y$ und eine injektive Abbildung $b : Y \to N$ mit $f = b \circ a$.

AUFGABE 3: (a) Sei $f : M \to N$ eine Abbildung von Mengen. Für $x, y \in M$ schreibe $x \equiv_f y$ genau dann, falls $f(x) = f(y)$. Zeigen Sie: $\equiv_f$ ist eine Äquivalenzrelation auf M.
(b) Es sei $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf der Menge M. Zeigen Sie: es gibt eine Menge N und eine surjektive Abbildung $f : M \to N$, so dass für alle $x, y \in M$ gilt: $x \equiv y$ genau dann, wenn $x \equiv_f y$ (Zur Erinnerung: in Satz 1.2 wurde gezeigt: M ist die disjunkte Vereinigung der Äquivalenzklassen für die Äquivalenzrelation $\equiv$.)

AUFGABE 4: Negieren Sie die folgenden Aussagen:
(a) Auf allen S-Bahnlinien verkehren weniger Züge als üblich.
(b) Es gibt kein Übungsblatt, auf dem jede Aufgabe für jeden Studenten lösbar ist.
(c) In jedem Bezirk Berlins gibt es wenigstens einen Vermieter, der kein Zimmer an Studenten der Humboldt-Universität vermietet.
(d) Es gibt Sätze, die für (mindestens) einen Zuhörer unverständlich sind, aber weder ausschliesslich Fremdwörter enthalten noch mehr als 100 Worte lang sind.