Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Mathematik
Dr. A. Fauck

Kurven und Flächen
WiSe 2017/18

Übungsblatt 1

Schriftliche Abgabe: Mittwoch 25. Oktober 2017, vor der Vorlesung

Aufgabe 1.1

a) Geben Sie eine reguläre Parametrisierung der Parabel $y - \left(\frac{(x-b)}{a}\right)^2 = 0$ in $\mathbb{R}^2$ an. Dabei sind $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ beliebig.

b) Zeigen Sie die Regularität ihrer gefundenen Parametrisierung durch Nachrechnen.

c)* Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine wenigstens 3-mal stetig differenzierbare Funktion. Der Funktionsgraph Γ_f von f ist die Mengen

$$\Gamma_f = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,\big|\, y = f(x)\big\}.$$

Finden Sie eine reguläre Parametrisierung von Γ_f und weisen Sie die dafür geforderten Eigenschaften nach.

Aufgabe 1.2
Stellen Sie mit GeoGebra, oder einem bliebigen anderen CAS ihrer Wahl die Kurve $c : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $c(t) = (t^3 - 4t, t^2 - 4)$ im Bereich $(-3, 3) \times (-3, 3)$ dar.

Mit * gekennzeichnete Aufgaben sind freiwillig und liefern bei korrekter Lösung zusätzliche Punkte.

Die folgenden Aufgaben werden teilweise in den Übungen besprochen

Aufgabe 1.3 Differenzieren Sie 3-mal:

a) $c : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3, \quad c(t) = (t, t^2, t^3)$,

b) $\sinh, \cosh : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad \sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ und $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$,

c) $d : (-1, 1) \to \mathbb{R}^2, \quad d(t) = (t, \sqrt{1 - t^2})$.

Aufgabe 1.4 Wiederholen Sie:

a) die Begriffe: injektiv, surjektiv, Vektorraum, Basis, Skalarprodukt, Länge eines Vekors, Winkel zwischen 2 Vektoren, Orthogonalpojektion, Determinante einer Matrix, Vektorprodukt.

b) die Ableitungen und Stammfunktionen der Funktionen sin, cos, exp, x^n, log,

c) die elementaren Integrationstechniken Substitution und partielle Integration an den Beispielen $\displaystyle\int \log(x)\,\mathrm{d}x$ und $\displaystyle\int e^{\sin(x)} \cdot \cos(x)\,\mathrm{d}x$.

Aufgabe 1.5 Sei I ein Intervall und seien $c, d : I \to \mathbb{R}^3$ (oder $\mathbb{R}^2$) parametrisierte Kurven und sei $f : I \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion. Zeigen Sie, dass dann gilt:

a) $c \pm d)^{\cdot} = \dot{c} \pm \dot{d}$

b) $(fc)^{\cdot} = \dot{f}c + f\dot{c}$

c) $\langle c, d\rangle^{\cdot} = \langle \dot{c}, d\rangle + \langle c, \dot{d}\rangle$

d) $(c \times d)^{\cdot} = \dot{c} \times d + c \times \dot{d}$