Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Mathematik
Dr. A. Fauck

Kurven und Flächen

WiSe 2017/18

Übungsblatt 4

Schriftliche Abgabe: Mittwoch 15. November 2017, vor der Vorlesung

---

Aufgabe 4.1 Zeigen Sie, dass für die Hyperbelhelix $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3, \quad h(t) = (\cosh t, \sinh t, t)$ gilt : $\tau(t) = c \cdot k(t)$ für eine Konstante $c \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 4.2 Berechnen und zeichnen Sie die Evolute (siehe unten) der Parabel $c : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2, \quad c(t) = (t, t^2)$.

Die folgenden Aufgaben werden teilweise in den Übungen besprochen

Aufgabe 4.3 Zeigen Sie die in der Vorlesung eingeführten Formeln für die Krümmung k und Windung τ (für t mit $k(t) \neq 0$) einer regulär parametrisierten Kurve $c : I \to \mathbb{R}^3$:

$$k(t) = \frac{||\dot{c} \times \ddot{c}||}{||\dot{c}||^3}(t), \qquad \tau(t) = \frac{\det(\dot{c}, \ddot{c}, \dddot{c})}{||\dot{c} \times \ddot{c}||^2}.$$

Aufgabe 4.4 Sei $c : I \to \mathbb{R}^2$ eine regulär parametrisierte Kurve mit $k(t) \neq 0$ für alle $t \in I$. Die Kurve $m(t)$ der Krümmungsmittelpunkte von c heißt *Evolute* von c.

a) Zeigen Sie, dass $\dot{m}(t) = (\frac{1}{k(t)})' \cdot \frac{n(t)}{||n(t)||}$.

b) Berechnen Sie die Evolute der Epizykloide mit Radie $r, R > 0$ und zeigen Sie, dass diese ebenfalls eine Epizykloide mit gewissen Radien $\tilde{r}, \tilde{R} > 0$ ist.