HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
Institut für Mathematik
Dr. A. Fauck

Kurven und Flächen
WiSe 2017/18

Übungsblatt 8

Schriftliche Abgabe: Mittwoch 13. Dezember 2017, vor der Vorlesung

---

Aufgabe 8.1 Zeigen Sie, dass in den Darstellungen des hyperbolische Paraboloids als Regelfläche Geraden der selben Darstellung windschief zueinander sind und Geraden von verschiedenen Darstellungen sich stets schneiden.

Aufgabe 8.2
Sei $c : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ eine nach Bogenlänge parametrisierte Kurve. Seien R_n, R_b die von der Hauptnomalen bzw. der Binormalen von c erzeugten Regelflächen

$$R_n(u^1, u^2) = c(u^1) + u^2 \cdot n(u^1), \qquad R_b(u^1, u^2) = c(u^1) + u^2 \cdot b(u^1).$$

Zeigen Sie, dass R_n bzw. R_b genau dann Torsen sind, wenn c in einer Ebene verläuft. (Hinweis: Erinnern Sie sich an den Zusammenhang zwischen Torsion und ebenem Verlauf.)

Die folgenden Aufgaben werden teilweise in den Übungen besprochen

Aufgabe 8.3 Untersuchen Sie, ob die folgende Regelfläche (die so genannte Wendelfläche) eine Torse ist:

$$R(u^1, u^2) = (u^2 \cos u^1, u^2 \sin u^1, hu^1), \quad h \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

Bestimmen Sie die Normale N für $u^2 = 0$ und für $u^2 \to \infty$.

Aufgabe 8.4 Zeigen Sie für beliebige $a, b, c \in \mathbb{R}^3$ die folgenden Identitäten:

$$\big\langle a \times b, c \big\rangle = \det(a, b, c), \qquad (a \times b) \times c = -\langle b, c\rangle \cdot a + \langle a, c\rangle \cdot b.$$

Aufgabe 8.5 Seien $X, Y \in \mathbb{R}^3$ linear unabhängig und sei $V = span\{X, Y\} \cong \mathbb{R}^2$ der von X und Y aufgespannte lineare Unterraum. Bestimmen Sie bezüglich der Basis $\{X, Y\}$ von V die darstellende Matrix des Skalarprodukts $\langle \cdot, \cdot \rangle_V$ welches man erhält, wenn man das Standardskalarprodukt von $\mathbb{R}^3$ auf V einschränkt.