

Literatur zur Vorlesung „Höhere Analysis II“ Lineare partielle Differentialgleichungen (Funktionalanalytische Methoden)

J. Naumann

Klassiker

- [1] COURANT, R.; HILBERT, D.: *Methoden der mathematischen Physik*; I, II. Springer-Verlag (I: 1924, 1931, 1968; II: 1937, 1960)

Aus dem Vorwort zur 1. Aufl. von Band I: „... *Es entwickelt mathematische Methoden, die im Anschluß an klassische, physikalische Fragestellungen des 18. und 19. Jahrhunderts ausgebildet worden sind und sucht die gewonnenen Ergebnisse zu einheitlichen mathematischen Theorien auszugestalten...*“

Band II behandelt hauptsächlich die Gebiete der Theorie der partiellen Differentialgleichungen, welche mit Problemen der Physik zusammenhängen.

Kap. 7 dieses Bandes ist der Lösung von Rand- und Eigenwertproblemen mit Variationsmethoden gewidmet. Dabei werden funktionalanalytische Methoden im Zusammenhang mit der Betrachtung der Vervollständigung von Mengen glatter Funktionen („Hinzunahme idealer Funktionen“) benutzt. Dieses Kapitel enthält bereits eine Reihe wichtiger Gedanken der später entwickelten Sobolev-Raum-Methoden für partielle Differentialgleichungen.

Die englische Ausgabe beider Bände wurde von R. COURANT besorgt. Insbesondere wurde von ihm Band II in überarbeiteter und erweiterter Form neu herausgegeben:

- [2] COURANT, R.; HILBERT, D.: *Methods of mathematical physics. Vol. II: Partial differential equations*. By R. COURANT, J. Wiley & Sons, New York 1989.

In dieser Fassung von Band II findet die inzwischen stattgefundene Entwicklung funktionalanalytischer Methoden zur Untersuchung partieller Differentialgleichungen teilweise Berücksichtigung, u.a. in Kap. VI, § 10 sowie „*Appendix to Chapter VI. Ideal Functions or Distributions*“.

Klassische und funktionalanalytische Methoden

- [3] ARNOLD, V.I.: *Vorlesungen über partielle Differentialgleichungen*. Springer, Berlin 2004.
- [4] BERS, L.; JOHN, F.; SCHECHTER, M.: *Partial differential equations*. Intersci. Publ., New York 1964.
- [5] EVANS, L. C.: *Partial differential equations*. Graduate Studies Math. 19, Amer. Math. Soc., Providence, R. I. 2002.
- [6] FOLLAND, G.B.: *Introduction to partial differential equations*. 2nd ed., Princeton Univ. Press. Princeton, New Jersey 1995.
- [7] JOHN, F.: *Partial differential equations*. 4th ed., Springer-Verlag, New York 1982.
- [8] JOST, J.: *Partielle Differentialgleichungen*. Springer-Verlag, Berlin 1998.
- [9] LADYZHENSKAYA, O. A.: *The boundary value problems of mathematical physics* (Russian). Izdat. Nauka, Moskva 1973. Engl. Übers.: Springer-Verlag, Berlin 1985.
- [10] MICHLIN, S. G.: *Partielle Differentialgleichungen in der mathematischen Physik*. Verlag H. Deutsch, Thun, Frankfurt/M. 1978.
- [11] SAUVIGNY, F.: *Partielle Differentialgleichungen der Geometrie und der Physik. Bd. 1: Grundlagen und Integraldarstellungen*. Springer, Berlin 2004.

Bemerkungen

1. „Nach seinem bekannten und viel verwendeten Buch über gewöhnliche Differentialgleichungen widmet sich der berühmte Mathematiker Vladimir I. Arnold nun den partiellen Differentialgleichungen in einem neuen Lehrbuch [3]. In seiner unnachahmlich eleganten Art führt er über einen geometrischen, anschaulichen Weg in das Thema ein und ermöglicht den Lesern so ein vertieftes Verständnis der Natur der partiellen Differentialgleichungen“ (vgl. hintere Umschlagseite). Interessant sind Arnolds Bemerkungen zur Bedeutung der partiellen Differentialgleichungen und zum „Bourbakismus“ (vgl. S. VII-VIII; auch S. 161).

2. EVANS [5] gibt eine relativ ausgewogene Einführung in das Gebiet der partiellen Differentialgleichungen.

3. Die Darstellung in SAUVIGNY [11] ist von der in [3] gänzlich verschieden. Während in [3] mathematische Sachverhalte gelegentlich nur erläutert werden, liefert SAUVIGNY strenge Beweise der formulierten Aussagen.

Übungen. Lösungsmethoden

- [12] DUCHATEAU, P.; ZACHMANN, D. W.: *Theory and problems of partial differential equations*. Schaum's Outline Series, McGraw-Hill, New York 1986.

- [13] GÜNTER, N. M.; KUSMIN, R. O.: *Aufgabensammlung zur höheren Mathematik*, II. Dt. Verlag Wiss., Berlin 1957.
- [14] STRAUSS, W. A.: *Partielle Differentialgleichungen. Eine Einführung*. Vieweg, Braunschweig 1995.

Literatur über SOBOLEV-Räume

- [15] ADAMS, R. A.: *Sobolev spaces*. Academic Press, New York 1975.
- [16] ADAMS, R. A.; FOURNIER, J. J. F.: *Sobolev spaces*. 2nd ed. Academic Press, Amsterdam 2003.
- [17] LEONI, G.: *A first course in Sobolev spaces*. Amer. Math. Soc., Providence, R. I. 2009.
- [18] MAZJA, V.: *Sobolev spaces with applications to elliptic partial differential equations*. 2nd, rev. and augm. ed., Springer 2011.
- [19] ZIEMER, W. P.: *Weakly differentiable functions*. Springer-Verlag, New York 1989.

Die folgenden Bücher enthalten Abschnitte über SOBOLEV-Räume:

- [20] ALT, H. W.: *Lineare Funktionalanalysis*. Springer-Verlag 1992.
- [21] BREZIS, H.: *Analyse fonctionnelle. Théorie et applications*. Masson, Paris 1993.
- [22] KUFNER, A.; JOHN, O.; FUČIK, S.: *Function spaces*. Academia, Prague 1977.
- [23] NEČAS, J.: *Les méthodes directes en théorie des équations elliptiques*. Academia, Prague 1967. Engl. Übers.: *Direct methods in the theory of elliptic equations*. Springer-Verlag, Berlin 2012.
- [24] WLOKA, J.: *Partielle Differentialgleichungen*. B. G. Teubner, Stuttgart 1982.

downloads

1. www.mathematik.tu-darmstadt.de/fbereiche/analysis/pde/teaching/
siehe:
 - Partial Differential Equations I
 - Selected Chapters from the Theory of Partial Differential Equations...
 - Elliptische partielle Differentialgleichungen
 - Variationsrechnung und Sobolevräume
2. DRONIOU, J.: *Quelques résultats sur les espaces de Sobolev. Intégration et espaces de Sobolev à valeurs vectorielles*. <http://www-gm3.univ-mrs.fr/polys/>

3. NAUMANN, J.: *SOBOLEV-Räume*.
www.math.hu-berlin.de/~jnaumann/web/ausarbeitungen/sobolev.pdf

Prehistory

NAUMANN, J.: *Remarks on the prehistory of Sobolev spaces*.
www2.mathematik.hu-berlin.de/publ/pre/2002/P-02-2.ps