

# Übungsblatt 1

Analysis I WS 2015/2016

(Ohne Abgabe)

---

## Aufgabe 1

Mit  $\wedge$ ,  $\vee$  und  $\neg$  werden die Aussagenverknüpfungen *und*, *oder* und *Verneinung* bezeichnet. Die *Wahrheitstafel* einer Aussage ist eine Tabelle, welche die Abhängigkeit des Wahrheitsgehaltes der Aussage von dem ihrer Teilaussagen angibt.

Seien  $A$ ,  $B$  und  $C$  beliebige Aussagen. Zeigen Sie die Äquivalenz von folgenden Aussagen, indem Sie nachweisen, dass ihre Wahrheitstabellen übereinstimmen:

- (i)  $\neg(\neg A)$  ist äquivalent zu  $A$ ,
- (ii)  $\neg(A \vee B)$  ist äquivalent zu  $(\neg A) \wedge (\neg B)$  und
- (iii)  $A \wedge (B \vee C)$  ist äquivalent zu  $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ .

## Aufgabe 2

Die *Implikation*  $A \Rightarrow B$  ist definiert als die Aussage  $(\neg A) \vee B$ . Zeigen Sie, dass für alle Aussagen  $A$ ,  $B$ ,  $C$  gilt:

- (i)  $A \wedge (A \Rightarrow B) \Rightarrow B$ ,
- (ii) (Regel vom indirekten Beweis)  $A \Rightarrow B$  ist äquivalent zu  $(\neg B) \Rightarrow (\neg A)$ .
- (iii) (Regel des Kettenschlusses)  $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$ .

## Aufgabe 3

Die *Vereinigung*  $M \cup N$  von zwei Mengen  $M$  und  $N$  besteht aus den Elementen, die in mindestens einer der beiden Mengen  $M$ ,  $N$  liegen. Der *Durchschnitt*  $M \cap N$  besteht aus den Elementen, die sowohl in  $M$  als auch in  $N$  liegen.

- (i) Bestimmen Sie  $M \cup N$ ,  $N \cap L$  und  $(M \cap N) \cup L$  für  $M = \{0, 1, 3\}$ ,  $N = \{4, 3, 6, 1\}$  und  $L = \{8, \frac{1}{2}\}$ .
- (ii) Bestimmen Sie  $\bigcap_{k=1}^{\infty} M_k$  für  $M_k = \{0, \frac{1}{k}, \frac{1}{k+1}, \frac{1}{k+2}, \dots\}$ .

## Aufgabe 4

Das *Komplement*  $M \setminus N$  besteht aus denjenigen Elementen von  $M$ , die nicht in  $N$  liegen. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen für alle Mengen  $M$ ,  $N$ ,  $L$  wahr sind:

- (i)  $M \setminus (M \setminus N) = M \cap N$ ,
- (ii)  $M \setminus (N \cup L) = (M \setminus N) \cap (M \setminus L)$  und
- (iii)  $(M \setminus N) \cup (N \setminus M) = M \cup N$ .