
Übungsblatt 11

Komplexe Analysis und dynamische Systeme
SS 2017
Übung am 13.06.

Aufgabe 1

Sei $U : (\mathbb{R}^3)^N \setminus \Delta \rightarrow \mathbb{R}$ das Potential des N -Körperproblems mit Gravitation gegeben durch

$$U(x_1, \dots, x_N) = \sum_{i \neq j} \frac{\gamma m_i m_j}{\|x_i - x_j\|}.$$

Rechnen Sie folgende Erhaltungssätze nach:

- (a) Energieerhaltung: $E(x, p) = U(x) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2m_i} \|p_i\|^2$, wobei $p_i := m_i \dot{x}_i$ der Impuls ist,
- (b) Geschwindigkeit des Schwerpunktes,
- (c) Drehimpulserhaltung: $M(x, p) = \sum_{i=1}^N x_i \times p_i$.

Aufgabe 2

Rechnen Sie nach, dass die beschränkten Bahnen im zentralen Gravitationsfeld auf Ellipsen verlaufen, deren einer Brennpunkt 0 ist. Welche anderen Typen von Bahnen gibt es? Unter welchen Bedingungen wird jeder der Typen angenommen?

Aufgabe 3

Führen Sie die Diskussion von Aufgabe 2 und Aufgabe 3 mit dem Potential $U(\|x\|) = a\|x\|^2$ durch, wobei $a > 0$.

Aufgabe 4

Bestimmen Sie Konstanten c und ϑ_+ in Definition 45 für die Matrix/den Matrixblock

$$\begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

für $\lambda \in (0, 1)$. $E_- = \{0\}$ oder es ist eben nur ein Matrixblock!