Probeklausur **zur Vorlesung Elementargeometrie**
Juli 2015

Prof. Klaus Mohnke
und Mitarbeiter

Nachname, Vorname:
Matrikelnummer:

Bitte unterschreiben Sie hier *bei der Abgabe:*

- Zum Bearbeiten der Klausur haben Sie zwei Stunden Zeit.
- Tragen Sie auf diesem Deckblatt und jedem weiteren Blatt Ihren Nach- und Vornamen sowie Ihre Matrikelnummer ein.
- Sie dürfen Zirkel, Lineal, Geodreieck und Winkelmesser verwenden.
- Weitere Hilfsmittel sowie elektronische Geräte sind *nicht zugelassen*. Handys müssen ausgeschaltet sein.
- Die Klausur gilt als bestanden, wenn 20 der regulären Punkte erreicht wurden.
- Die "richtige"Klausur" wird nur aus vier Aufgaben bestehen. Suchen Sie sich also vier von den sechs Aufgaben aus und bearbeiten Sie diese zunächst.
- Wenn die Zeit um ist, lösen Sie die verbleibenden noch nicht gelösten Aufgaben oder Teile von Aufgaben. Verwenden Sie dabei einen andersfarbigen Stift.
- Tauschen Sie dann Ihre Lösung untereinander aus und korrigieren Sie gegenseitig Ihre Lösungen anhand der Musterlösung und der dort erklärten Punkteverteilung.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg bei der Klausur.

Aufgabe	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	Σ
maximale Punktezahl	*10*	*10*	*10*	*10*	*10*	*10*	40
erreichte Punktezahl							

Bewertung:	
Berlin, den 07.2015	

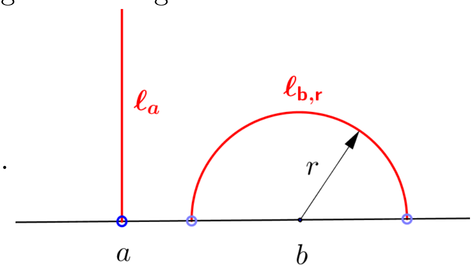
1

a) Formulieren Sie die Axiome der Inzidenz und das Parallelenaxiom.

b) Wie bestimmt man zu zwei gegebenen Punkten A und B in der Poincaré-Halbebene die Gerade, die diese enthält?

c) Beweisen Sie, dass die von Ihnen angegebene Gerade die richtige und einzige ist.

Hinweis: Nutzen Sie Argumente aus der Euklidischen Geometrie.



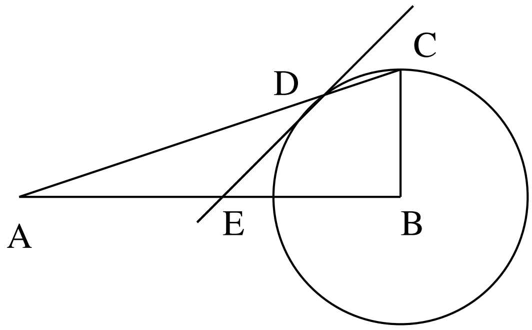
d) Zeigen Sie, dass die Poincaré-Halbebene mit den dort definierten Geraden die Inzidenzaxiome erfüllt..

e) Erfüllt sie das Parallelenaxiom? Begründen Sie Ihre Antwort.

2 Es gelten die Axiome der euklidischen Geometrie.

(a) Formulieren Sie den Peripherie-Winkelsatz aus der Vorlesung.

(b) Sei ein rechtwinkliges Dreieck $\Delta(A, B, C)$ gegeben mit rechtem Winkel bei $\angle(ABC)$. Angenommen der Kreis mit Mittelpunkt B und Radius BC schneide die Seite AC in einem weiteren Punkt D und die Tangente in D schneide die Seite AB im Punkt E. Beweisen Sie, dass das Dreieck $\Delta(AED)$ gleichschenklig ist.



3 Wir betrachten die kartesische Ebene, gegeben durch die Menge aller Paare reeller Zahlen $\{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}\}$.

a) Beschreiben Sie die Strecke AB in der kartesischen Ebene in Termen der Koordinaten der Punkte A und B.

b) Wann heißen zwei Strecken in der kartesischen Ebene zueinander kongruent?

c) Beschreiben Sie den Mittelpunkt einer Strecke AB in Termen der Koordinaten von A und B. Begründen Sie Ihre Antwort.

Es seien drei Punkte A, B, und C in der kartesischen Ebene gegeben, die nicht auf einer Geraden liegen. Es sei M der Mittelpunkt der Strecke BC, N der Mittelpunkt der Strecke AC und P der Mittelpunkt der Strecke AB.

d) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes S auf der Seitenhalbierenden AM , für den $AS \cong 2\ SM$ gilt, in Termen der Koordinaten von A, B und C. Begründen Sie Ihre Antwort.

e) Begründen Sie analytisch, dass S auch auf den Seitenhalbierenden BN und CP liegt.

4 Wir befinden uns in der euklidischen Ebene: Es gelten die Inzidenz-, die Anordnungs- und die Kongruenzaxiome, sowie das Parallelenaxiom.

a) Definieren Sie, was ein Kreis ist.

b) Beweisen Sie: Eine Gerade g, die den Mittelpunkt eines Kreises enthält, schneidet den Kreis in genau 2 Punkten.

c) Formulieren und beweisen Sie den Satz von Thales.

5 In einer Ebene gelten die Axiome der euklidischen Geometrie.

a) Seien $\Delta(A, B, C)$ und $\Delta(A', B', C')$ zwei Dreiecke. Definieren Sie, was es heißt, dass beide Dreiecke ähnlich sind.

b) Sei O ein Punkt, von dem zwei Strahlen s_1 und s_2 ausgehen und seien $A, A' \in s_1$ und $B, B' \in s_2$. Formulieren sie den Strahlensatz für die Strahlenabschnitte und beweisen Sie ihn mit Hilfe von bekannten Ähnlichkeitssätzen.

c) Sei nun $\Delta(A, B, C)$ ein Dreieck mit $BA \not\cong BC$. Sei D ein Punkt auf der Verlängerung von AB über B hinaus und w die Winkelhalbierende von $\angle(DBC)$. Zeigen Sie, dass w die Gerade $G(A, C)$ in einem Punkt E schneidet und dass dann gilt:

$$\frac{|EA|}{|EC|} = \frac{|AB|}{|BC|}.$$

Hinweis: Betrachten Sie die Parallele von w durch C und deren Schnittpunkt mit $G(A, B)$. Zeichnen Sie eine Skizze.

6 Gegeben sei eine Ebene, in der alle Inzidenz-, Anordnungs- und Kongruenzaxiome gelten.

a) Formulieren Sie den Kongruenzsatz [SsW].

b) Sei ein Winkel $\angle(h, k)$ gegeben. Beweisen Sie, dass ein Punkt im Inneren des Winkels genau dann auf der Winkelhalbierenden dieses Winkels liegt, wenn die Lote auf die Schenkel gleich lang sind.

c) Gegeben seien zwei nicht parallele Geraden, deren auf einem Blatt Papier sichtbaren Teile sich dort nicht schneiden. Leiten Sie eine Konstruktion mit einem Lineal, das nur eine Zentimeter-Einteilung besitzt, der Winkelhalbierenden auf dem Papier her. Diskutieren Sie die Korrektheit und Durchführbarkeit der Konstruktion.