
Prof. Klaus Mohnke
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 306

Übungsblatt 1

Elementargeometrie SS 2015

Abgabe: 20.04.2015

Aufgabe 1

- (i) Begründen Sie unter Verwendung eines Kongruenzsatzes, dass die Basiswinkel eines gleichschenkligen Dreiecks kongruent, d.h. gleich groß sind.
- (ii) Ein Drachenviereck ist ein Viereck mit zwei Paaren benachbarter und kongruenter, d.h. gleich langer Seiten. Zeigen Sie, dass sich die Diagonalgeraden eines konvexen Drachenvierecks in einem rechten Winkel schneiden. Sie dürfen dabei voraussetzen, dass diese sich schneiden und nur den Fall eines konvexen Drachenvierecks betrachten. Versuchen Sie, die Behauptung auch im nicht konvexen Fall zu begründen.

Aufgabe 2

In einem Fünfeck $ABCDE$ seien alle Seiten kongruent und es seien die Winkel in A, B und C kongruent. Zeigen Sie, dass dann alle fünf Winkel zueinander kongruent sind. (Hinweis: Man identifiziere gleichschenklige Dreiecke und damit kongruente Basiswinkel sowie kongruente Dreiecke und in der Folge kongruente Winkel. Etwas Geduld ist erforderlich.)

Aufgabe 3

- (i) Beweisen Sie, dass ein Punkt P genau dann auf der Mittelsenkrechten einer Strecke AB liegt, falls PA kongruent zu PB ist.
- (ii) Beschreiben Sie eine Konstruktion der Mittelsenkrechten einer Strecke und begründen Sie deren Korrektheit.
- (iii) Geben Sie eine Methode an, um mithilfe von Zirkel und Lineal den Mittelpunkt eines gegebenen Kreises zu finden. Begründen Sie Ihre Antwort.

Folgende Beispielaufgaben können in den Übungen am 13./14.04. besprochen werden:

- Wiederholen Sie die Ihnen aus der Schule bekannten Kongruenzsätze für Dreiecke. Diskutieren Sie anhand von Beispielen Konstruktionen mit Zirkel und Lineal von Dreiecken mit gegebenen drei Größen aus der Menge der Innenwinkel und Seitenlängen, insbesondere Konstruierbarkeit/Existenz und Eindeutigkeit.
- Wiederholen Sie die folgenden Begriffe der euklidischen Geometrie und ihre Eigenschaften: Nebenwinkel, Scheitelwinkel, Parallelität, Stufen- und Wechselwinkel an parallelen Geraden, Außenwinkelsatz und Innenwinkelsatz des Dreiecks.
- Wodurch ist ein rechter Winkel definiert? Erinnern Sie sich an die Konstruktionen mit Zirkel und Lineal der Mittelsenkrechten einer Strecke, des Lotes von einem Punkt auf eine Gerade, der Senkrechten zu einer Geraden durch einen Punkt auf dieser, der Winkelhalbierenden. Wie begründen Sie die Korrektheit der Konstruktion?
- (*) Können Sie eine Konstruktion der Senkrechten in einem Punkt auf der Geraden oder des Lotes von einem Punkt auf die Gerade mit nur drei Schritten angeben (1 Schritt entspricht einem konstruierten Objekt, d.h. Punkt, Gerade, Strahl, Kreis etc.)?
- Konstruieren Sie die Strecke zwischen zwei Punkten, die 9cm entfernt sind mithilfe eines Zirkels und eines Linealstückchens, dass nur 3cm lang ist
- Konstruieren Sie die Mittelsenkrechte einer Strecke, die mehr als zweimal so lang ist wie der Radius des Kreises, den ein eingerosteter Zirkel zeichnen kann mithilfe diesem und eines Lineals.
- Was ist der In- bzw. Umkreis eines Dreiecks? Wie beweisen Sie, dass diese immer existieren und eindeutig sind? Leiten Sie daraus eine Konstruktion dieser mit Zirkel und Lineal ab.
- Formulieren Sie den Satz des Thales und die Sätze des Pythagoras. Skizzieren Sie die Beweise.
- Eine Raute ist ein Viereck, bei dem alle Seiten paarweise kongruent sind. Zeigen Sie, dass die Diagonalen einer Raute sich in einem rechten Winkel schneiden und dass die vier Dreiecke, in die sie die Raute unterteilen, zueinander kongruent sind.
- Zeichnen Sie zwei Geraden, die sich in einem Punkt M schneiden und einen Winkel von 19° einschließen unter Zuhilfenahme eines Winkelmessers. Zeichnen Sie einen Kreis um M , der beide Geraden je zweimal schneidet. Bestimmen Sie nun nur unter Zuhilfenahme des Zirkels einen Punkt P auf dem Kreis, so dass die Gerade durch P und M mit einer der beiden anderen Geraden einen Winkel von 1° einschließt. Beschreiben und begründen Sie Ihre Konstruktion.