

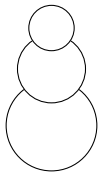
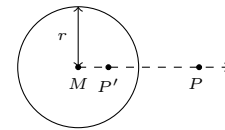
# 1 Schneemänner aus Glas

Autorin/Autor: Luise Fehlinger und Robert Jablko  
Projekt: ZE-AP1

## 1.1 Aufgabe

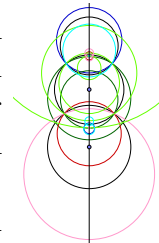
Wie jedes Kind schon weiß, spielt die Physik am Nordpol etwas verrückt. Sonst würde der Weihnachtsmann es ja nicht schaffen, die ganze Welt in nur einer Nacht mit Geschenken zu beliefern und sich auch durch den allerkleinsten Schornstein zu quetschen. Aber das ist nicht das Einzige, was am Nordpol anders ist. Spiegelt sich am Nordpol ein Gegenstand in einer Kugel, so gilt folgendes Nordpol-Spiegelgesetz:

Der Spiegelpunkt  $P'$  liegt auf dem Strahl  $\overrightarrow{MP}$  und es gilt:  $|\overline{MP}| \cdot |\overline{MP'}| = r^2$ .



Wichtel Hugo möchte in diesem Jahr Schneemänner aus hohlen Glaskugeln bauen. Dazu nimmt er eine kleine (Radius  $r_1$ ), eine mittlere (Radius  $r_2$ ) und eine große (Radius  $r_3$ ) Kugel. Von der mittleren Kugel schneidet er eine Kugelkappe ab und klebt in das entstehende Loch die kleine Kugel. Dann schneidet er eine Kappe von der großen Kugel ab und klebt die mittlere Kugel hinein.

Nun sind seine Glaskugeln lichtdurchlässig, spiegeln zugleich aber auch. Man sieht also nicht nur den Teil der kleinen Kugel, der in der mittleren steckt, sondern auch die Spiegelbilder der Kugeln in den anderen Kugeln und die Spiegelbilder der Spiegelbilder. Aber die Spiegelbilder der Spiegelbilder der Spiegelbilder sind dann zum Glück schon so blass, dass man sie nicht mehr wirklich sehen kann. Hugos Schneemann sieht also wie eine regelrechte Wolke von Kugeln aus. Geht das besser?



Also bittet Hugo seine Kollegen um Hilfe. Wie muss er den Schneemann bauen, damit möglichst wenige Spiegelbilder zu sehen sind? Die entstehenden Spiegelbilder sollen also nach Möglichkeit genau auf den schon vorhandenen Kugeln liegen bzw. dort, wo die ausgeschnittenen Kugelteile vorher waren. Die Wichtel kommen auf viele gute Ideen, was bei einem optimalen Schneemann auf jeden Fall erfüllt sein muss. Aber genau einer hat sich geirrt. Wer? Begründen Sie Ihre Antwort. Sie dürfen dabei die Information benutzen, dass nur eine Aussage falsch ist (z.B. "Wenn Aussage  $x$  falsch ist, dann ist auch Aussage  $y$  falsch. Somit muss  $x$  richtig sein.).

Antwortmöglichkeiten:

1. Wichtel Cornelius: „Die Kugeln, die sich schneiden, müssen sich in rechten Winkeln schneiden. D.h., die Radien stehen in den Schnittpunkten senkrecht aufeinander.“
2. Wichtel Jolanda: „Der Schnittkreis von zwei sich schneidenden Glaskugeln muss auf der Kugel liegen, die als Durchmesser die Strecke zwischen den Mittelpunkten der sich schneidenden Glaskugeln hat.“
3. Wichtel Otis: „Der Abstand der Mittelpunkte der kleinen und der großen Glaskugel muss  $\sqrt{r_1^2 + 2r_2^2 + r_3^2}$  sein.“
4. Wichtel Milena: „Man wird immer mindestens zwei Spiegelbilder sehen, die nicht komplett auf den Glaskugeln liegen.“
5. Wichtel Julian: „Man wird immer mindestens vier Spiegelbilder sehen, die nicht komplett auf den Glaskugeln liegen.“
6. Wichtel Lotta: „Man kann den Schneemann so bauen, dass höchstens sechs Spiegelbilder nicht komplett auf den Glaskugeln liegen.“
7. Wichtel Mattie: „Um das Loch in die mittlere Glaskugel zu bohren, muss man einen Bohrer mit einem Durchmesser  $2\sqrt{\frac{r_1^2 \cdot r_2^2}{r_1^2 + r_2^2}}$  verwenden.“
8. Wichtel Noam: „Das Quadrat des Radius des Schnittkreises zweier sich schneidender Glaskugeln muss das Reziproke der Summe der Quadrate der reziproken Radien der beiden Glaskugeln sein.“
9. Wichtel Ives: „Wenn man mit einem Laser von der mittleren Glaskugel eine Kugelkappe abschneiden möchte, sollte man die Schnittfläche im Winkel  $\arctan \frac{r_1}{r_2}$  zur Tangentialfläche an die Kugel in dem Punkt, in dem man mit dem Schneiden beginnt, wählen.“
10. Wichtel Alva: „Wenn man mit einer (diamantbesetzten) Kreissäge mit Führungsschiene<sup>1</sup> die Kugelkappe von der mittleren Glaskugel absägen möchte, sollte der Abstand zwischen Führungsschiene und Sägeblatt gerade  $r_2 \frac{r_1^2 + r_2^2 - r_2 \sqrt{r_1^2 + r_2^2}}{r_1^2 + r_2^2}$  sein.“

---

<sup>1</sup>Man führt also die Glaskugel an der Führungsschiene, die parallel zum Sägeblatt ist, entlang.