# Zusätzliches Übungsblatt

## Geometrie WS 2017/18

### Abgabe: in den Übungen vom 8.1.-10.1.2018
### Fröhliche Weihnachten und einen guten Start in 2018!

Die Abgabe von Lösungen der folgenden Aufgaben ist freiwillig. Sie können maximal 5 Punkte pro Aufgabe zusätzlich bekommen.

Für alle Aufgaben gelten alle Axiome.

**Aufgabe 1**
Seien $s_a, s_b, s_c$ positive Zahlen. Konstruieren Sie mit Zirkel und Lineal ein Dreieck, dessen Seitenhalbierende in $A$ die Länge $s_a$, in $B$ die Länge $s_b$ und in $C$ die Länge $s_c$ besitzt. Beweisen Sie, dass Ihre Konstruktion korrekt ist und diskutieren Sie, wieviele Lösungen (bis auf Kongruenz) es gibt.

**Aufgabe 2**
Zeigen Sie: Die Fußpunkte der drei Lote von einem Punkt auf dem Umkreis eines Dreiecks auf die Seiten desselben liegen auf einer Geraden. Hinweis: Winkelsätze am Kreis sind hier zielführend.

**Aufgabe 3**
Sei $K$ ein Kreis, $P, Q \in K$ und $\ell > 0$. Konstruieren Sie mit Zirkel und Lineal Punkte $S, T \in K$, so dass $PT$ parallel zu $QS$ ist und die Summe der Längen gleich $\ell$. Beweisen Sie, dass Ihre Konstruktion korrekt ist und diskutieren Sie, wieviele Lösungen es gibt.
Hinweis: Lösen Sie das Problem unter der Annahme, dass $S$ und $T$ nicht auf verschiedenen Seiten von $G(P, Q)$ liegen. Betrachten Sie das Viereck $PQST$. Was müsste das für ein Viereck sein?
Wenn Sie bis hierher alles gemacht haben, wird die Aufgabe als gelöst betrachtet. Können Sie das Problem auch ohne die zusätzliche Annahme lösen?

**Aufgabe 4**
Sei $\Delta(A, B, C)$ ein beliebiges Dreieck. Sei über den Seiten jeweils ein gleichseitiges Dreieck errichtet, d.h. Punkte $A', B', C'$, so dass $\Delta(A', B, C)$, $\Delta(A, B', C)$, $\Delta(A, B, C')$ gleichseitig sind und $A'$ und $A$ auf verschiedenen Seiten von $G(B, C)$, $B$ und $B'$ auf verschiedenen Seiten von $G(A, C)$ und $C$ und $C'$ auf verschiedenen Seiten von $G(A, B)$ liegen.
(1) Zeigen Sie, dass sich die drei Umkreise der gleichseitigen Dreiecke in einem gemeinsamen Punkt $F$ schneiden. Achtung: Hier müssen gegebenenfalls Fälle unterschieden werden. Wann liegt dieser Punkt im Inneren des Dreiecks? Was gilt dann für die Winkel $\measuredangle(AFB)$, $\measuredangle(BFC)$ und $\measuredangle(CFA)$?
(2) Zeigen Sie, dass sich die Geraden $G(A, A')$, $G(B, B')$ und $G(C, C')$ genau in $P$ schneiden.
(3)* Wenn Sie bis hierher alles gemacht haben, wird die Aufgabe als gelöst betrachtet. Angenommen der Punkt liegt nicht außerhalb des Dreiecks. Können Sie dann zeigen, dass die Funktion, die einem Punkt $P$ der Ebene die Summe $|PA| + |PB| + |PC|$ zuordnet, in $F$ ihr Minimum animmt?