WS 2018/19

Geometrie

Beweisidee von Aufgabe 2 auf Übungsblatt 5

Bemerkung: Die folgende Beweisidee ist natürlich noch keine vollständige Lösung. Für eine vollständige Lösung sind die Behauptungen und einzelnen Schritte des Textes näher zu erläutern und zu erklären.

(a) Wir wollen zeigen, dass sich AE und BC in genau einem Punkt P schneiden.

Dazu überlegt man sich (zum Beispiel mit einer Fallunterscheidung), dass aus den in der Voraussetzung gegebenen Lagebeiziehungen der Punkte folgt, dass A und E auf verschiedenen Seiten von $G(B,C)$ und B und C auf verschiedenen Seiten von $G(A,E)$ liegen.

Aus dem Trennungsaxiom folgt dann die Behauptung. (Warum reicht es nicht aus zu wissen, dass A und E auf verschiedenen Seiten von $G(B,C)$ liegen?)

(b) Zuerst bemerkt man, dass es ausreicht die Orthogonalität von $G(P,M)$ und $G(A,B)$ zu überprüfen

Dazu zeigen wir, dass die Dreiecke $\Delta(ABC)$ und $\Delta(BAE)$ kongruent sind (in der Skizze blau eingezeichnet). Daraus folgern wir, dass $\Delta(APC)$ kongruent zu $\Delta(BPE)$ ist (in der Skizze grün eingezeichnet); woraus wiederum folgt, dass die Dreiecke $\Delta(AMP)$ und $\Delta(BMP)$ kongruent sind (in der Skizze rot eingezeichnet).

Insbesondere sind also die Nebenwinkel $\angle(AMP)$ und $\angle(BMP)$ kongruent und somit rechte Winkel.