
Klausur

Geometrie WS 2018/19

27.3.2019

Aufgabe 1 (2 + 5 + 3 Punkte)

Für diese Aufgabe seien alle Axiome bis auf das Parallelenaxiom vorausgesetzt.

- Formulieren Sie den Satz von Pasch (auch das Pasch-Postulat genannt).
- Sei g eine Gerade und $P \notin g$ ein Punkt, der nicht darauf liegt. Zeigen Sie die Existenz und Eindeutigkeit des Lotes von P auf g , d.h. einer Geraden h durch P , die g in einem Punkt F in einem rechten Winkel schneidet. Hinweis: Für die Existenz können Sie eine mögliche Konstruktion angeben und deren Durchführbarkeit und Korrektheit begründen.
- Formulieren und zeigen Sie den Satz vom Lot aus der Vorlesung.

Aufgabe 2 (5 + 3 Punkte)

Für diese Aufgabe seien alle Axiome vorausgesetzt.

- Sei ein Winkel $\angle(h, k)$ in O gegeben. Beweisen Sie, dass die Menge aller Punkte im Inneren des Winkels, deren Abstand zur Gerade, die zu h gehört, doppelt so groß ist, wie der Abstand zur Gerade, die zu k gehört, ein Strahl in O (ohne O) ist. Hinweis: Die Existenz eines solchen Punktes folgt aus (b) und darf für diesen Aufgabenteil vorausgesetzt werden.
- Geben Sie eine Konstruktion dieses Strahls mithilfe von Zirkel und Lineal an und begründen Sie deren Durchführbarkeit und Korrektheit.

Aufgabe 3 (4 + 2 + 3 Punkte)

Für diese Aufgabe seien alle Axiome vorausgesetzt.

- Formulieren Sie den Sekanten-Tangentensatz und beweisen Sie diesen.
- Formulieren Sie den Sekantensatz und eine Umkehrung.
- Gegeben seien zwei Kreise $K = K(M, r)$ und $L = K(N, s)$, die genau einen Punkt P gemeinsam haben. g sei die gemeinsame Tangente durch P und $Q \in g \setminus \{P\}$ ein Punkt darauf. Seien $A, B \in K$ die Schnittpunkte einer Sekanten von K durch Q und $C, D \in L$ die Schnittpunkte einer von der vorigen verschiedenen Sekanten von L durch Q . Zeigen Sie, dass die vier Punkte A, B, C, D auf einem Kreis liegen.

Aufgabe 4 (2 + 5 Punkte)

- Welchen Zusammenhang gibt es zwischen Skalarprodukt und Abstand in der kartesischen Ebene (ohne Begründung).
- Zeigen Sie für jedes Parallelogramm in der kartesischen Ebene, dass die Summe der Quadrate der Längen der Diagonalen gleich der Summe der Quadrate der Längen der Seiten ist.

Aufgabe 5 (1 + 3 + 2 Punkte)

- Beschreiben Sie die Geraden im Poincaré-Modell der oberen Halbebene.
- Begründen Sie, warum es zu je zwei Punkten in diesem Modell genau eine Gerade durch diese gibt.
- Formulieren Sie das Parallelenaxiom und zeigen Sie, dass es für dieses Modell nicht gilt.