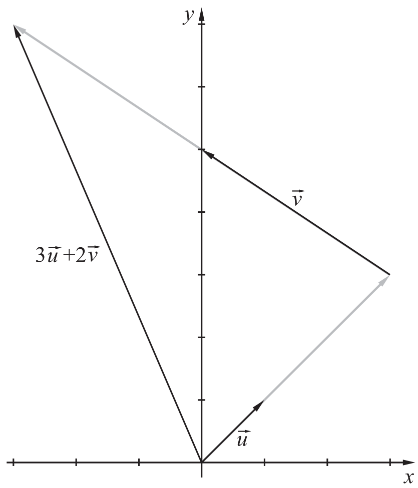
Lösungen der Aufgaben zu Abschnitt 3.3

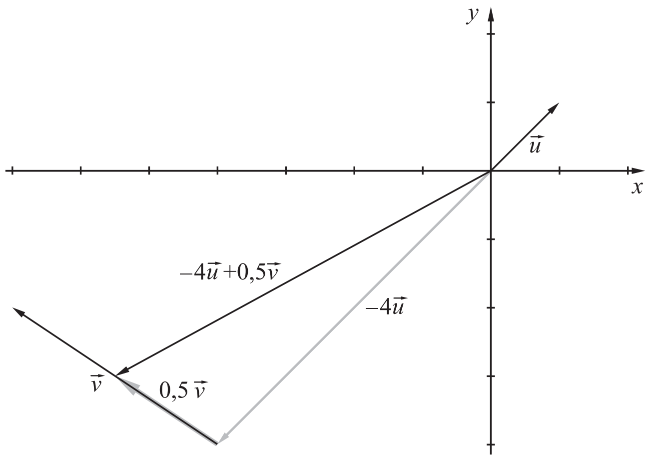
1. a) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ -16 \end{pmatrix}$ b) $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

2. a) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ b) $A'(6;0;0)$, $B'(6{,}5;4{,}5;-9)$

3. a) $\vec{w} = \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix}$ b) $\vec{w} = \begin{pmatrix} -\frac{11}{2} \\ -3 \end{pmatrix}$

Auf zeichnerischem Wege erhält man dieselben Ergebnisse.





4. a) $P'(2;0;5)$, $P''(-2;2;9)$ b) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$

5. 4. Seien $-\vec{u}, \vec{u}^{\,*}$ Gegenvektoren zu $\vec{u} \in V$. Es folgt $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{o} = \vec{u} + \vec{u}^{\,*}$, also $\vec{u}^{\,*} = \vec{u}^{\,*} + \vec{o} = \vec{u}^{\,*} + (\vec{u} + (-\vec{u})) = (\vec{u}^{\,*} + \vec{u}) + (-\vec{u}) = \vec{o} + (-\vec{u}) = -\vec{u}$.

6. Nach Aussage 3 des Satzes 3.10 gilt $\lambda \cdot \vec{o} = \vec{o}$; damit folgt:
$\vec{o} = \lambda \cdot \vec{o} = \lambda \cdot (\vec{v} + (-\vec{v})) = \lambda \cdot \vec{u} + \lambda \cdot (-\vec{v})$.
Somit ist $\lambda \cdot (-\vec{v})$ Inverses zu $\lambda \cdot \vec{u}$, nach Aussage 4 des Satzes 3.10 ist dieses eindeutig bestimmt, also $-(\lambda \cdot \vec{u}) = \lambda \cdot (-\vec{v})$.

6. Die Existenz und Eindeutigkeit der Lösung folgt aus der Existenz und Eindeutigkeit des Gegenvektors $-\vec{u}$. Die Lösung der Gleichung ist $\vec{x} = \vec{v} + (-\vec{u})$.

7. a) $\vec{x} = -\vec{u} + \vec{w}$ b) $\vec{x} = -\frac{4}{5}\vec{u} + \frac{2}{15}\vec{v} + \frac{3}{5}\vec{w}$