Kapitel 1

Einleitung

Zum Begriff des Wortes „Statistik“

Umgangssprachlich versteht man unter einer Statistik eine Zusammenstellung von Zahlen über eine Bevölkerungsgruppe, ökonomische Tätigkeiten, Naturvorgänge, Krankheiten, Umwelteinflüsse und vieles andere mehr, vergleiche z. B. Statistisches Jahrbuch oder www.statistik-berlin.de. Beispiele sind Umsatzentwicklung eines Konzerns, Sterbetafeln, Wetterabläufe, Ausbreitung von AIDS, Wasserstandshöhe der Elbe usw.

Viele Statistiken beschreiben in gewisser Weise den Zustand des Staates. Für eine solche Beschreibung wurden sie im Mittelalter, seit etwa Mitte des 18 Jahrhunderts wohl auch zuerst benutzt. Daher kommt auch ihr Name: das Wort „Statistique“ entstammt dem Französischen und bedeutet Staatswissenschaft, dabei handelt es sich um ein Kunstwort, abgeleitet aus dem lateinischen „Status“, Zustand.

Statistiken zu erstellen kostet Arbeitszeit, ihre Aufbewahrung, Auswertung und Aktualisierung ebenfalls. Heute ist dank der Mikroelektronik die Erstellung, Speicherung und Auswertung extrem erleichtert und somit werden massenhaft Statistiken zu allen möglichen Prozessen erstellt und verarbeitet (Finanzdaten, Scannerdaten an Kassen usw).

Immer wieder stellen sich dabei die Fragen:

a) Wie soll man Daten gewinnen?

b) Wie soll man Daten beschreiben, d. h. darstellen?

c) Welche Schlüsse kann man aus Daten ziehen?

Einen Beitrag zur Frage c) leistet die Mathematik mit ihrem Teilgebiet „Mathematische Statistik“. Auch zu a) lassen sich mathematische Methoden einsetzen (statistische Versuchsplanung). b) ist das Gebiet der sogenannten „empirischen Statistik“, die durch die Möglichkeit der Darstellung auf Computern einen enormen Aufschwung erhalten hat.

Grundprinzip der mathematischen Statistik:

Die Daten x, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $x = (x_t,\ t \in T)$ mit $T = \{1, 2, \ldots, N\}$ oder $T = [0, T_0]$ werden als Realisierung x einer Zufallsgröße X, eines zufälligen Vektors oder eines stochastischen Prozesses aufgefasst, die im Rahmen eines zufälligen Experimentes (stochastisches Modell) $(\Omega, \mathscr{A}, \mathbb{P})$ entstanden ist.

Meist ist $\mathbb{P}$ nicht bekannt, man weiß aber, zum Beispiel aus prinzipiellen Überlegungen oder aus dem Charakter des zufälligen Experiments, daß $\mathbb{P}$ zu einer Familie $\mathscr{P}$ von Wahrscheinlichkeitsmaßen auf $(\Omega, \mathscr{A})$ gehört.
Die Frage c) kann man dann so formulieren: Aus den Daten x schließe man auf $\mathbb{P}$ bzw. auf Funktionale oder Eigenschaften von $\mathbb{P}$.

In dieser Vorlesung werden wir einen Einblick in mathematische Methoden der Statistik stochastischer Prozesse vermitteln. Wir gehen vom Fall der klassischen Statistik aus, bei dem im allgemeinen unabhängige und identisch verteilte zufallsbehaftete Beobachtungen vorliegen und zeigen anhand einiger Klassen stochastischer Prozesse, welche statistischen Methoden auf Grund ihrer speziellen Struktur möglich sind, bzw. welche Eigenschaften sie besitzen.