Klaus Mohnke
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 306

Übungsblatt 11

Differentialgeometrie I Sommer 2013

Abgabe 3.07.2013

Aufgabe 34 - Satz von Ehresmann **3 Punkte**
Beweisen Sie den folgenden Satz mit Hilfe des Tubenumgebungssatzes:
Seien M und N differenzierbare Mannigfaltigkeiten, N zusammenhängend und $f : M \to N$ eine differenzierbare Abbildung mit folgenden Eigenschaften:

a) f ist eine Submersion, d.h. für alle $p \in M$ ist das Differential $D_p f : T_p M \to T_{f(p)} N$ surjektiv,

b) f ist ist surjektiv,

c) f ist eigentlich (proper), d.h. für alle Kompakta $K \subset N$ ist $f^{-1}(K)$ kompakt.

Dann ist $f : M \to N$ ein Faserbündel mit Faser $F = M_q := f^{-1}(q)$ für irgend ein $q \in N$. (Es sind also insbesondere alle Urbilder M_q diffeomorph.)

Aufgabe 35
Zeigen Sie, dass die folgenden Mannigfaltigkeiten eine symplektische Struktur ω besitzen:

- $\mathbb{R}^{2n} = \mathbb{C}^n$ für $n \in \mathbb{N}$.
- Der Standardtorus $\mathbb{T}^{2n} := \mathbb{R}^{2n}/\sim$, wobei $\sim$ die Äquivalenzrelation $x \sim y \Leftrightarrow x - y \in \mathbb{Z}^{2n}$ ist.
- Die komplex-projektiven Räume $\mathbb{CP}^n$.
- Das Kotangentialbündel T^*M einer beliebigen differenzierbaren Mannigfaltigkeit M.
- Eine beliebige, orientierbare Fläche Σ (2-dim. Mannigfaltigkeit).

Aufgabe 36
Zeigen Sie, dass die Standardsphäre S^{2n} für $n > 1$ keine symplektische Struktur besitzt.
Zeigen Sie, dass das Möbiusband keine symplektische Struktur besitzt.