Klaus Mohnke
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 306

Übungsblatt 8

Differentialgeometrie I Sommer 2013

Abgabe 04.06.2013

Aufgabe 25 **3 Punkte + 3 Zusatzpunkte**

Seien $E, F \to M$ zwei komplexe Vektorbündel über M und $f : N \to M$ eine differenzierbare Abbildung. Zeigen Sie die folgenden Formeln für die Chernklassen c_k und den Cherncharakter ch:

a) $c_k(E \oplus F) = \sum_{i=0}^{k} c_i(E) \cdot c_{k-i}(F)$

b) $c_k(f^*E) = f^*c_k(E)$

c) $c_k(E^*) = (-1)^k c_k(E)$

d) $ch(E \oplus F) = ch(E) + ch(F)$

e) $ch(f^*E) = f^*ch(E)$

f) $ch(E \otimes F) = ch(E) \cdot ch(F)$.

Hinweis: Es reicht dabei anzunehmen, dass die c_k bzw ch Elemente der deRahm-Kohomologie sind. Insbesondere ist $c_k \cdot c_l$ durch das Wedge-Produkt $\wedge$ definiert.

Aufgabe 26 **2 Punkte**

Seien E und F wie in Aufgabe 25. Bestimmen Sie $c_2(E \otimes F)$ und $c_3(E \otimes F)$ in Abhängigkeit von $c_k(E)$ und $c_k(F)$.

Aufgabe 27 **1 Punkt + 1 Zusatzpunkt**

Es seien σ_i die elementar-symmetrischen Polynome vom Grad i in n Variablen und es seien τ_i gegeben durch

$$\tau_i(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n) = \lambda_1^i + \lambda_2^i + ... + \lambda_n^i.$$

Überlegen Sie sich, wie man τ_i durch die σ_i darstellen kann.

Es seien p_i die Polynome aus dem Beweis von Satz 17. Sie entsprechen einer bestimmten Darstellung der σ_i durch die τ_i. Überlegen Sie sich, wie man die Polynome p_i erhalten kann.