

Aufgabe 1)

a) $E = \{A, B, C, D\}$

1. Inzidenzgeometrien ohne Beachtung von Isomorphismen

Ohne Beachtung von Isomorphismen

gibt es auf E die ^{verschiedenen} Inzidenzgeometrien

$$\mathcal{G}_1 = \{\{A, B\}, \{A, C\}, \{A, D\}, \{B, C\}, \{B, D\}, \{C, D\}\} \checkmark$$

$$\mathcal{G}_2 = \{\{A, B, C\}, \{A, D\}, \{B, D\}, \{C, D\}\} \checkmark$$

$$\mathcal{G}_3 = \{\{B, C, D\}, \{A, B\}, \{A, C\}, \{A, D\}\} \checkmark$$

$$\mathcal{G}_4 = \{\{A, C, D\}, \{A, B\}, \{B, C\}, \{B, D\}\} \checkmark$$

$$\mathcal{G}_5 = \{\{A, B, D\}, \{A, C\}, \{B, C\}, \{C, D\}\} \checkmark$$

Bitte kurz begründen, warum genau diese 5 ~~ist~~ ^{es} vorliegen

2. Inzidenzgeometrien unter Beachtung von Isomorphismen

Sorry, dachte, hier wäre es fertig...

Da nach Definition ^{kurz erklären, z.B. Isomorphismus hinschreiben} $\mathcal{G}_2, \mathcal{G}_3, \mathcal{G}_4, \mathcal{G}_5$

isomorph sind, gibt es dann noch

zwei verschiedene Inzidenzgeometrien

auf E , nämlich $\mathcal{G}_1$ und

$\mathcal{G}_2$ bzw. $\mathcal{G}_3$ bzw. $\mathcal{G}_4$ bzw. $\mathcal{G}_5$. $\checkmark$

4/4

- b) Für jeden Punkt gibt es eine Gerade, die diesen Punkt nicht enthält.

Sei $A \in E$ beliebig.

Wegen Inzidenzaxiom (2) existiert ein

Punkt $B \in E$ mit $A \neq B$ $\checkmark$ und nach

Inzidenzaxiom (1) existiert eine

Gerade $G(A, B)$. $\checkmark$ Nach Inzidenzaxiom (2)

existiert ein Punkt $C \in E$ mit $C \notin G(A, B)$ ✓
 und nach Inzidenzaxiom (1) eine
 Gerade $G(B, C)$. ✓ Wegen Teil (1) schneiden
 sich $G(A, B)$ und $G(B, C)$ nur im
 Punkt B , sodass $A \notin G(B, C)$. ✓ *Stev schon!*
 3/3

c) In Inzidenzgeometrien, in denen das
 Abstandsaxiom gilt:

Für jeden Punkt gibt es unendlich
 viele paarweise verschiedene Geraden
 durch diesen.

Sei $A \in E$ beliebig. ✓ Wegen Inzidenzaxiom (2)
 existiert ein Punkt $B \in E$ mit $A \neq B$ und
 nach Inzidenzaxiom (1) existiert eine
 Gerade $G(A, B)$. Weil das Abstands-
 axiom gilt, enthält diese Gerade
 unendlich viele Punkte. Nach Inzidenz-
 axiom (2) existiert ein Punkt $C \in E$
 mit $C \notin G(A, B)$ und nach Inzidenzaxiom (1)
 eine Gerade $G(B, C)$. Diese Gerade
 enthält wiederum unendlich viele Punkte. ✓
 Nun gilt wegen Inzidenzaxiom (1), dass
 $\forall D \in G(B, C) \exists! G(A, D) \in \mathcal{G}$, ✓ sodass
 unendlich viele paarweise verschiedene
 Geraden existieren, da alle diese
 Geraden $G(A, D)$ sich wegen Satz 1
 nur im Punkt A schneiden. ✓

Du hättest auch 1b) zur Konstruktion
 von $G(B, C)$ nutzen können. Spart etwas
 Arbeit ☺

3/3