Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Mathematik
PD Dr. Angela Ortega

Übungsaufgaben zur Vorlesung
Mathematik für PhysikerInnen (Analysis II) (SS 19)
Übungsblatt 11
Abgabetermin: 01.07.2019 vor der Vorlesung

Bitte schreiben Sie auf die Abgaben Ihren Namen, die Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe.

Aufgabe 1 (5 + 5 =10 Punkte)

(a) Sei $\Phi : U \to \mathbb{R}^3$ die Parametrisierung $\Phi(u,v) = (u-v, u+v, uv)$ wobei $U = \{(u,v) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < u^2+v^2 < 1\}$. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Oberflächenstücks $\Phi(U) = M \subset \mathbb{R}^3$.

(b) Sei M der Oberflächen $M = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \le x \le 1, -1 \le y \le 1, z = x^2 + y\}$. Berechnen Sie das skalare Oberflächenintegral

$$\int_M x \, do.$$

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Wir betrachten das Rotationsparaboloid $M = \{(x,y,z) \mid x^2+y^2 = 2z < 1\}$. Berechnen Sie das vektorielle Oberflächeintegral

$$\int_M \vec{\mathbf{v}} \bullet d\mathbf{o}$$

wobei $\vec{\mathbf{v}}(x,y,z) = (x^3, x^2y, xyz)$ und die Orientierung des Fläches ist festgelegt durch den Einheitsvektor $\vec{\mathbf{n}}(0,0,0) = (0,0,-1)$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Seien $\vec{\mathbf{v}}, \vec{\mathbf{w}} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ C^1-Vektorfelder und $f, U : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ C^1-Funktionen. Zeigen Sie, dass unter geeigneten Differenzierbarkeitsvoraussetzungen, die folgenden Rechenregeln gelten.

(a) $\text{rot } \nabla U = \mathbf{0}$, wobei U eine C^2-Funktion ist.

(b) $\text{div rot } \vec{\mathbf{v}} = 0$

(c) $\text{div}(f \cdot \vec{\mathbf{v}}) = \langle \nabla f, \vec{\mathbf{v}} \rangle + f \cdot \text{div } \vec{\mathbf{v}}$

(d) $\text{div}(\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{w}}) = \langle \text{rot } \vec{\mathbf{v}}, \vec{\mathbf{w}} \rangle - \langle \vec{\mathbf{v}}, \text{rot } \vec{\mathbf{w}} \rangle$