



Übungsaufgaben zur Vorlesung
Mathematik für PhysikerInnen (Analysis II) (SS 19)
Übungsblatt 11

Abgabetermin: 08.07.2019 vor der Vorlesung

Bitte schreiben Sie auf die Abgaben Ihren Namen, die Matrikelnummer und Ihre
Übungsgruppe.

Aufgabe 1

(5 Punkte)

Mit Hilfe des Satzes von Stokes berechnen Sie das Integral

$$\int_{\partial D} y^3 dx - x^3 dy$$

wobei $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.

Aufgabe 2

(5 Punkte)

Berechnen Sie die Fläche zwischen dem Graph des Zykloides

$$\theta \mapsto (a(\theta - \sin \theta), a(1 - \cos \theta)),$$

und der x -Achse, mit $0 \leq \theta \leq 2\pi$ und $a > 0$ eine Konstante.

Aufgabe 3

(5 Punkte)

Mit Hilfe des Satzes von Stokes berechnen Sie das Integral $\int_{\partial M} \vec{v} \cdot d\mathbf{x}$ wobei ∂M das Dreieck mit Ecken $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$ (orientiert entgegen dem Uhrzeigersinn) ist und $\vec{v} = (z^2, y^2, x)$.

Aufgabe 4

(5 Punkte)

Sei $\vec{v}(x, y, z) = (2x, y^2, z^2)$ ein Vektorfeld. Berechnen Sie $\int_S \vec{v} \cdot d\mathbf{o}$ wobei $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ die Sphäre mit Radius 1 ist (*Hinweise*: Benutzen Sie den Satz von Gauß).

Bonus

(5 Punkte)

Man stellt eine Möbiusband aus Papier her: man klebt einen längeren Streifen Papier an beiden Enden zusammen, ein Ende aber vor dem Zusammenkleben um 180 Grad verdreht. Was erhält man wenn:

- (a) auf dem Band eine Mittellinie einzeichnet und das Band längs dieser Linie aufschneidet?
- (b) nach dem Verfahren in (a) wieder durch die Mittellinie aufschneidet?
- (c) auf dem Band zwei zur Mittellinien parallele Linien einzeichnet und das Band längs dieser Linie aufschneidet (also es scheinbar drittelt)?
- (d) das Band „viertelt“?