Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Mathematik
PD Dr. Angela Ortega

Übungsaufgaben zur Vorlesung
Mathematik für PhysikerInnen (Analysis II) (SS 19)
Übungsblatt 3
Abgabetermin: 6.05.2019 vor der Vorlesung

Bitte schreiben Sie auf die Abgaben Ihren Namen, die Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe.

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Welche der folgenden Mengen sind kompakt? Begründen Sie Ihre Antwort.

(a) $K_r(x) \subset \mathbb{R}^n$ für $x \in \mathbb{R}^n,\ r > 0$.

(b) $[a, \infty) \subset \mathbb{R}$.

(c) $S := \{\frac{1}{n} | n \in \mathbb{N}\} \cup \{0\}$ in $\mathbb{R}$.

(d) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 1\}$.

(e) $\{x \in \mathbb{R} \mid P(x) = 0\}$ für P ein Polynom.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

(a) Beweisen Sie: Ist (u_k) konvergente Folge, so konvergiert auch jede Teilfolge von (u_k) und hat denselben Grenzwert.

(b) Seien $A, B \subset X$ Teilmengen und $f : A \to B$ eine stetige Abbildung. Zeigen Sie, dass der Graph von f

$$G = \{(x, f(x)) \ \mid \ x \in A\} \subset A \times B$$

abgeschlossen ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ definiert durch

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) \mapsto (x_1x_3, x_2^2)$$

Zeigen Sie (nach Definition), dass f differenzierbar auf $\mathbb{R}^3$ ist und berechnen Sie $Df(\mathbf{x})$.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Berechnen Sie die ersten partiellen Ableitungen der folgenden Funktionen:

(a) $f(x,y) = \cos(x)\sin(x),\ \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2.$

(b) $f(x,y) = \sqrt{1+x^2+y^2},\ \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2.$

(c) $f(x,y,z) = \exp(x^2+y^2)\ln(1+z^2),\ \forall (x,y,z) \in \mathbb{R}^3.$

(d) $f(x,y) = y^3 + (x^2-6)y + x^2,\ \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2.$