



Übungsaufgaben zur Vorlesung
Mathematik für PhysikerInnen (Analysis III) (WS 19/20)
Übungsblatt 3

Abgabetermin: 11.11.2019 vor der Vorlesung

Bitte schreiben Sie auf die Abgaben Ihren Namen, die Matrikelnummer
und Ihre Übungsgruppe drauf.

Aufgabe 1

(6 = 3 + 3 Punkte)

Berechnen Sie die allgemeine Lösung zu den Gleichungen in (a) und die spezielle Lösung in (c).

(a) $xy'' + 5y' = x^2$ (*Hinweis:* Man setzt $u := y'$ und löst die Differentialgleichung in der Variablen u und x durch die Verwendung eines integrierenden Faktors).

(c) $y'' = y'e^y$ mit Anfangsbedingung $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.

Aufgabe 2

(3 Punkte)

Sei $W(x)$ die Wronski-Determinante von (φ_1, φ_2) mit $\varphi_i \in L(A, 0)$, $i = 1, 2$ (die φ_i sind Lösungen von $y' = Ay$), wobei $A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$. Zeigen Sie, dass

$$W' = (\text{Sp}A) W$$

wobei $\text{Sp}A$ die Spur von A ist.

Aufgabe 3

(3 Punkte)

Berechnen Sie e^A für die folgende Matrix A :

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4

(8 = 4 × 2 Punkte)

(a) Berechnen Sie ein Fundamentalsystem für das folgende System:

$$y' = Ay, \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(b) Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

$$\begin{cases} x' = -2x + y - 2z \\ y' = x - 2y + 2z \\ z' = 3x - 3y + 5z \end{cases} \quad \text{mit} \quad \begin{cases} x(0) = 0 \\ y(0) = 4 \\ z(0) = 4 \end{cases}$$