



Übungsaufgaben zur Vorlesung  
Mathematik für PhysikerInnen (Analysis III) (WS 19/20)  
Übungsblatt 5

Abgabetermin: 25.11.2019 vor der Vorlesung

Bitte schreiben Sie auf die Abgaben Ihren Namen, die Matrikelnummer  
und Ihre Übungsgruppe drauf.

**Aufgabe 1**

(6 Punkte)

Für die folgende lineare autonome Systeme untersuchen Sie ob der kritischer Punkt  $(0, 0)$  stabil, asymptotisch stabil oder instabil ist.

$$(a) \begin{cases} x' = -3x + 4y \\ y' = -2x + 3y \end{cases} \quad (b) \begin{cases} x' = 5x + 2y \\ y' = -17x - 5y \end{cases}$$

**Aufgabe 2**

(6 Punkte)

Gegeben sei das folgende System:

$$(*) \begin{cases} x' = a_1x + b_1y + c_1 \\ y' = a_2x + b_2y + c_2 \end{cases}$$

- Zeigen Sie: falls  $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$  gibt es einen einzigen kritischen Punkt  $(x_0, y_0)$  des Systems  $(*)$ .
- Verwenden Sie die Substitution  $\tilde{x} = x - x_0$  und  $\tilde{y} = y - y_0$  um das  $(*)$  in ein homogenes System zu transformieren.
- Finden Sie den kritischer Punkt des Systems

$$\begin{cases} x' = 2x - 2y + 10 \\ y' = 11x - 8y + 49 \end{cases}$$

mit Hilfe von (b) untersuchen Sie, ob dieser Punkt stabil, asymptotisch stabil oder instabil ist.

**Aufgabe 3**

(4 Punkte)

Gegeben sei das System

$$\begin{cases} x' = 1 - y^2 \\ y' = 1 - (x - y)^2 \end{cases}$$

Berechnen Sie alle kritischen Punkte des Systems und untersuchen Sie, ob diese stabil oder instabil sind.

**Aufgabe 4**

(4 Punkte)

Betrachten Sie das folgende System:

$$\begin{cases} x' = e^{y-x} - 1 \\ y' = \sin(\pi + x + y) \end{cases}$$

Bestimmen Sie alle kritischen Punkte und untersuchen Sie, ob der kritische Punkt  $(\pi, \pi)$  ein stabiler Punkt ist.