

Prof. Dr. Elmar Grosse-Klönne

Institut für Mathematik

<http://www.math.hu-berlin.de/Math-Net/members/grosse-kloennee.rdf.html>

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I*
Übungsaufgaben, Blatt 1

AUFGABE 1: Es seien A, B, C Teilmengen einer Menge X . Zeigen Sie:

- (i) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$,
- (ii) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$,
- (iii) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$,
- (iv) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$.

AUFGABE 2: Es sei $f : M \rightarrow N$ eine Abbildung zwischen zwei Mengen. Zeigen Sie:

- (i) Genau dann ist f injektiv, falls eine Abbildung $g : N \rightarrow M$ existiert mit $g \circ f = \text{id}_M$.
- (ii) Genau dann ist f surjektiv, falls eine Abbildung $e : N \rightarrow M$ existiert mit $f \circ e = \text{id}_N$.
- (iii) Zeigen Sie: es gibt eine Menge Y , eine surjektive Abbildung $a : M \rightarrow Y$ und eine injektive Abbildung $b : Y \rightarrow N$ mit $f = b \circ a$.

AUFGABE 3: (a) Sei $f : M \rightarrow N$ eine Abbildung von Mengen. Für $x, y \in M$ schreibe $x \equiv_f y$ genau dann, falls $f(x) = f(y)$. Zeigen Sie: \equiv_f ist eine Äquivalenzrelation auf M .

(b) Es sei \equiv eine Äquivalenzrelation auf der Menge M . Zeigen Sie: es gibt eine Menge N und eine surjektive Abbildung $f : M \rightarrow N$, so dass für alle $x, y \in M$ gilt: $x \equiv y$ genau dann, wenn $x \equiv_f y$ (Zur Erinnerung: in Satz 1.2 wurde gezeigt: M ist die disjunkte Vereinigung der Äquivalenzklassen für die Äquivalenzrelation \equiv .)

AUFGABE 4: Negieren Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Auf allen S-Bahnlinien verkehren weniger Züge als üblich.
- (b) Es gibt kein Übungsblatt, auf dem jede Aufgabe für jeden Studenten lösbar ist.
- (c) In jedem Bezirk Berlins gibt es wenigstens einen Vermieter, der kein Zimmer an Studenten der Humboldt-Universität vermietet.
- (d) Es gibt Sätze, die für (mindestens) einen Zuhörer unverständlich sind, aber weder ausschliesslich Fremdwörter enthalten noch mehr als 100 Worte lang sind.